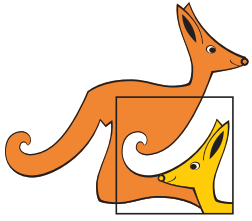


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

Jeu-concours 2020 — Durée : 50 minutes

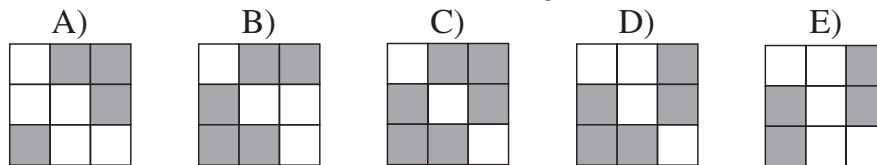
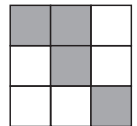
Sujet B

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés pour chaque niveau (6^{ème}, 5^{ème}, ...).**

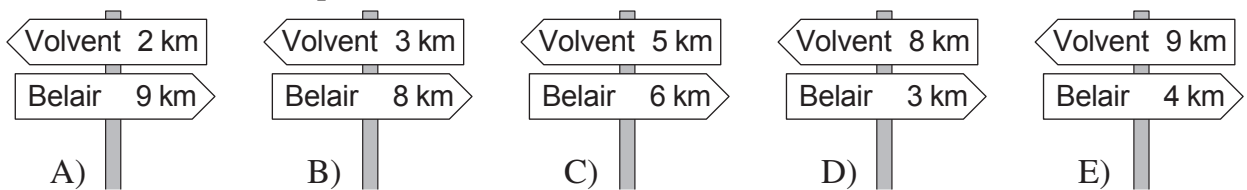
1 Combien vaut la moitié de 2020 ?

- A) 101 B) 1001 C) 1010 D) 1100 E) 1020

2 Le carré ci-contre est divisé en petits carrés blancs ou gris.
Quel est le carré obtenu en inversant le gris et le blanc ?



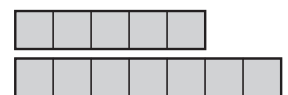
3 Sur l'unique route qui va de Volvent à Belair, Kangy rencontre 5 poteaux indicateurs. L'un d'eux est incorrect. Lequel ?



4 Pour son anniversaire, Lucas veut faire 36 muffins. Il faut 2 œufs pour faire 6 muffins. Les œufs sont par boîtes de six. Combien de boîtes utilisera Lucas ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

5 Louise a plusieurs bandes de longueur 5 et plusieurs de longueur 7. En les mettant bout à bout, elle peut obtenir différentes longueurs. Une de ces cinq longueurs est impossible à obtenir. Laquelle ?



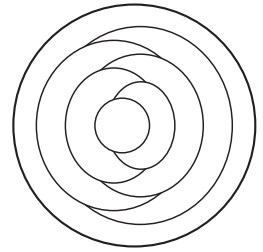
- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

6 Manon a 10 feuilles de papier. Elle en coupe certaines en deux. Elle se retrouve avec 16 feuilles au total, petites ou grandes. Combien de feuilles Manon a-t-elle coupées ?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 7 E) 8

- 7** Jean colorie chaque région de cette assiette en rouge, bleu ou jaune. Il colorie la région la plus extérieure en bleu. Si deux régions se touchent, il les colorie avec deux couleurs différentes. Combien y aura-t-il de régions bleues en tout ?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

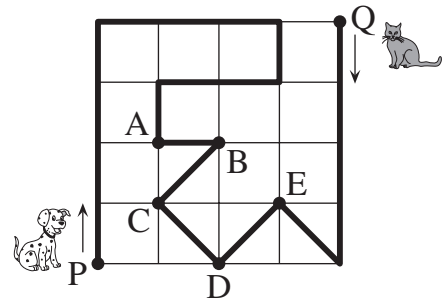


- 8** Quatre paniers contiennent respectivement 1, 4, 6 et 9 pommes. Combien de pommes au minimum faut-il déplacer pour qu'il y ait le même nombre de pommes dans chaque panier ?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 9** Un chien et un chat se déplacent le long du chemin tracé en gras sur le dessin. Au même instant, le chien part de P et le chat part de Q. Le chien se déplace trois fois plus vite que le chat. Où vont-ils se rencontrer ?

A) en A B) en B C) en C
D) en D E) en E



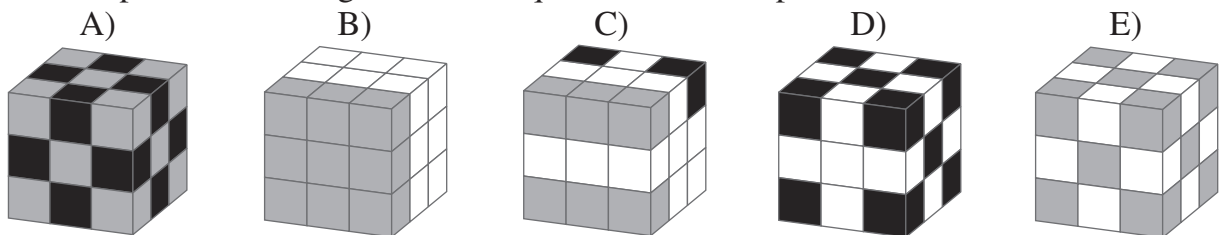
- 10** Une chauve-souris sort de sa caverne et voit l'heure sur la pendule digitale : 20:20. Lorsqu'elle revient, elle se suspend la tête en bas et, voyant alors la pendule, elle voit de nouveau 20:20. Pendant combien de temps la chauve-souris est-elle sortie ?

A) 3 h 28 min B) 3 h 40 min C) 3 h 42 min D) 4 h 18 min E) 5 h 42 min

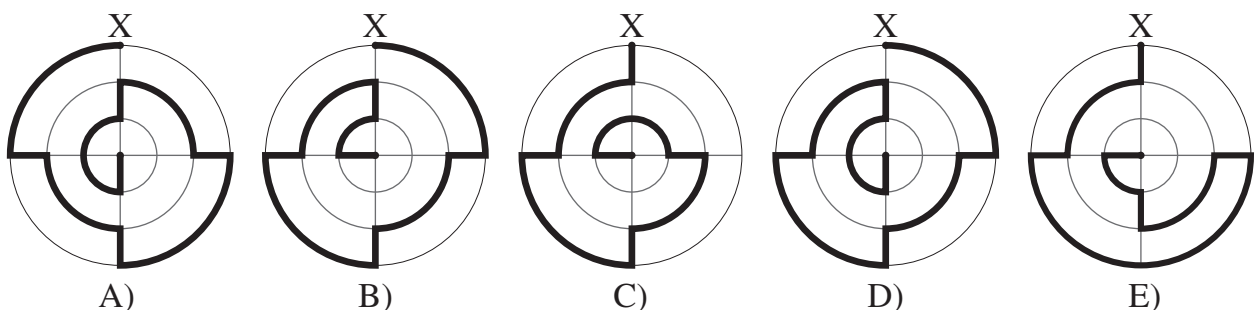
- 11** Un elfe et un troll se rencontrent. L'elfe dit toujours la vérité et le troll ment toujours. Ils prononcent la même phrase tous les deux en même temps. C'est l'une des cinq phrases suivantes. Laquelle ?

A) Un seul d'entre nous dit la vérité. B) Je mens toujours.
C) Tu dis la vérité. D) Je dis la vérité. E) Nous disons tous les deux la vérité.

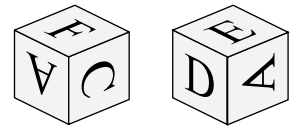
- 12** Mathis a exactement 10 cubes blancs, 9 cubes gris et 8 noirs, tous de même taille. Il les assemble pour former un gros cube. Lequel de ces cubes peut-il avoir construit ?



- 13** Voici cinq chemins, en traits épais, allant du point X au point central. Lequel est le plus court ?

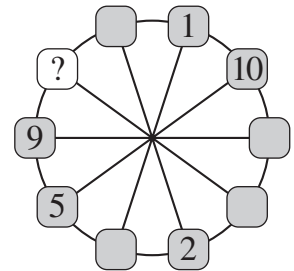


- 14** Claudie a écrit les 6 lettres A, B, C, D, E et F sur les 6 faces d'un cube. Les dessins montrent le cube dans deux positions. Quelle est la lettre écrite sur la face opposée à celle du F ?
- A) A B) B C) C D) D E) E



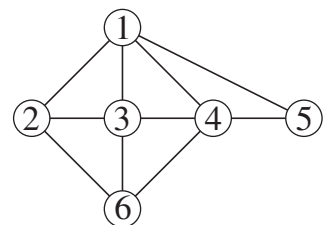
- 15** Dans le calcul KAN – GOU – ROU, Anne remplace les lettres par des chiffres de 1 à 7 et calcule le résultat. La même lettre est toujours remplacée par le même chiffre et des lettres différentes sont remplacées par des chiffres différents. Quel est le plus grand résultat qu'elle peut obtenir ?
- A) 364 B) 388 C) 394 D) 397 E) 407

- 16** Les dix nombres de 1 à 10 doivent être écrits dans les cases (un par case). Deux nombres situés dans des cases voisines doivent avoir la même somme que les deux nombres situés dans les deux cases diamétralement opposées. Certains nombres sont déjà écrits. Quel nombre doit-on écrire dans la case blanche ?
- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

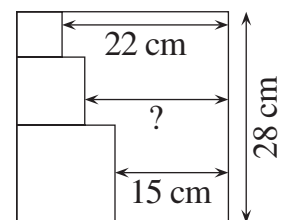


- 17** Un papa Kangourou vit avec ses 3 enfants. Ils décident de tout en votant. Mais, chacun dispose d'un nombre de voix égal à son âge. Le père a 36 ans, les enfants ont 13, 6 et 4 ans, ce qui fait que le père gagne toujours. Dans combien d'années, au plus tôt, les enfants seront-ils sûrs de remporter tous les votes s'ils sont d'accord entre eux ?
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 13 E) 14

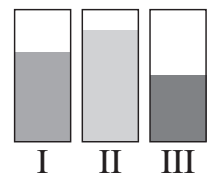
- 18** Le schéma ci-contre représente les liens d'amitié entre 6 filles : Anne, Béa, Chloé, Diana, Emma et Fiona. Chaque numéro représente une fille. Un segment reliant deux numéros signifie que les deux filles sont amies. Chloé, Diana et Fiona ont chacune 4 amies. Chloé et Diana sont les deux seules amies de Béa. Quel numéro représente Fiona ?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



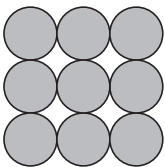
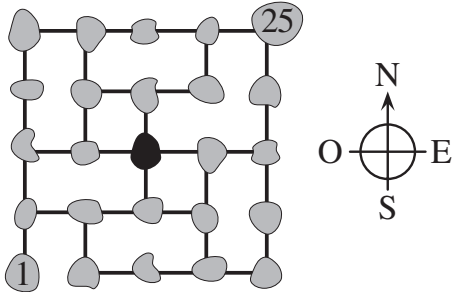
- 19** Trois petits carrés sont dessinés à l'intérieur d'un grand carré, comme le montre la figure. Certaines longueurs sont indiquées. Combien vaut celle marquée d'un point d'interrogation ?
- A) 17 cm B) 17,5 cm C) 18 cm
D) 18,5 cm E) 19 cm



- 20** Noah a versé le même volume de liquide dans trois récipients parallélépipédiques. Mais, vus de face (dessin ci-contre), le niveau du liquide est différent dans les trois.
- Un des dessins ci-dessous représente les trois récipients vus de dessus. Lequel ?



-
- Figure 1 consists of five bar charts labeled A) through E). Each chart has a y-axis representing the 'relative number of cells' and an x-axis with three categories: I, II, and III. The bars are shaded in different patterns: solid grey, white, and dark grey. The approximate values for each bar are as follows:
- | Chart | State | Shading | Relative Number of Cells |
|-------|-------|------------|--------------------------|
| A) | I | Solid Grey | 1.0 |
| | II | White | 0.5 |
| | III | Dark Grey | 0.7 |
| B) | I | Solid Grey | 0.8 |
| | II | White | 1.0 |
| | III | Dark Grey | 0.6 |
| C) | I | Solid Grey | 1.0 |
| | II | White | 0.8 |
| | III | Dark Grey | 0.5 |
| D) | I | Solid Grey | 0.8 |
| | II | White | 0.6 |
| | III | Dark Grey | 1.0 |
| E) | I | Solid Grey | 0.8 |
| | II | White | 0.8 |
| | III | Dark Grey | 0.8 |

- 21** Neuf jetons sont noirs d'un côté et blancs de l'autre. Au départ, quatre jetons ont la face noire au-dessus : ●●●●○○○○○. À chaque tour, on retourne exactement trois jetons. Combien de tours faut-il, au minimum, pour avoir toutes les faces du dessus d'une même couleur ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8
- 22** Dans un tournoi d'échecs, Alice doit jouer 15 parties. À un certain moment du tournoi, elle a déjà gagné la moitié des parties jouées, en a perdu le tiers et 2 parties se sont terminées à égalité. Combien de parties lui reste-t-il à jouer dans ce tournoi ?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9
- 23** Léa construit une pyramide avec des boules identiques. La base « carrée » est constituée de 3×3 boules (comme sur la figure). L'étage intermédiaire a 2×2 boules et il y a une boule au sommet. À chaque point de contact entre deux boules, Léa met un point de colle. Combien y aura-t-il en tout de points de colle ?
A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36
- 
- 24** Le dessin représente des îles reliées par des ponts. Un facteur doit visiter chaque île exactement une seule fois. Il part de l'île marquée « 1 » et doit finir à celle marquée « 25 ». Il vient d'atteindre l'île centrale (en noir). Dans quelle direction doit-il en partir ?
A) vers l'Est B) vers le Sud
C) vers l'Ouest D) vers le Nord
E) aucun chemin ne satisfait les contraintes données
- 

Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** On appelle nombre *pansu* un nombre de 3 chiffres dont le chiffre du milieu est strictement plus grand que la somme des deux autres. Quel est le plus grand nombre de nombres consécutifs *pansus* ?
- 26** Quel est le résultat de la division par 81 de la somme des nombres à deux chiffres dont la somme des chiffres est 9 ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »

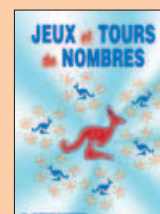


Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

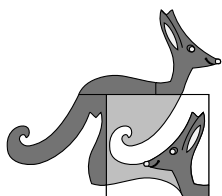
Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org



KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 80 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2020 - Corrigé du sujet « B »

1. Réponse C. $2020 = 2 \times 1010$.

2. Réponse D.

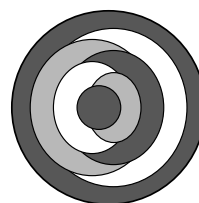
3. Réponse E. La somme des 2 distances écrites sur les poteaux est la distance Volvent-Belair. Elle vaut 11 km sur tous les poteaux, sauf sur le poteau E (où elle vaut 13 km).

4. Réponse B. $36 = 6 \times 6$, donc pour faire 36 muffins, il faut 6×2 , soit 12 œufs. Et Lucas utilisera 2 boîtes de six.

5. Réponse B. Il n'est pas possible d'atteindre 18 avec des sommes de 5 et de 7. Les autres propositions sont possibles :
 $17 = 5 + 5 + 7$, $19 = 7 + 7 + 5$, $20 = 5 + 5 + 5 + 5$ et $21 = 7 + 7 + 7$.

6. Réponse C. En coupant 1 feuille en deux, on se retrouve avec 1 feuille en plus. Pour avoir 6 feuilles ($6 = 16 - 10$) en plus, il faut couper 6 feuilles en deux. (Et on se retrouve bien avec 12 petites feuilles et 4 grandes feuilles non coupées, soit 16 feuilles au total.)

7. Réponse B. La région extérieure étant en bleu, une deuxième couleur (rouge ou jaune) doit être choisie pour la grande partie ici en blanc, et la troisième couleur pour la grande partie ici en gris clair. Alors, chaque région, en continuant vers le centre, ne peut se colorier que d'une seule couleur (voir dessin). Et, il y a 3 régions bleues en tout.



8. Réponse C. $1 + 4 + 6 + 9 = 20$. Il faut donc 5 pommes ($20 \div 4 = 5$) dans chaque panier. On doit donc en déplacer 4 du panier de 9 et 1 du panier de 6. Comme on peut les mettre dans les deux autres paniers, 4 dans le panier de 1 et 1 dans le panier de 4, pour avoir cinq pommes dans chaque panier, le minimum de pommes à déplacer est $4 + 1$ soit 5.

9. Réponse E. Le chemin de P à Q représente 16 côtés de carreau et 4 diagonales. Le chien (qui va 3 fois plus vite que le chat) parcourt donc 12 côtés de carreau et 3 diagonales pendant que le chat parcourt 4 côtés de carreau et 1 diagonale. Ils se rencontrent donc en E.

10. Réponse E. La chauve-souris part à 20h20 et revient à 02h02 (20:20 à l'envers soit 02:02). La durée de la sortie est donc 3 h 40 min plus 2 h 2 min, soit 5 h 42 min.

11. Réponse D. Quand chacun dit « je dis la vérité » l'elfe dit bien la vérité alors que le troll ment. Pour les quatre autres phrases proposées, l'elfe mentirait (B, C, E) ou le troll dirait la vérité (A, B, C), ce qui est contraire à l'énoncé.

12. Réponse B. Dans le cube B, on voit 10 cubes blancs, 9 cubes gris et les 8 cubes non visibles peuvent être noirs. Dans les autres dessins, trop de cubes d'une certaine couleur sont déjà visibles : 9 cubes noirs (A), 11 cubes blancs (C), 9 cubes noirs (D), 10 cubes gris (E).

13. Réponse C. Tous les chemins proposés contiennent 5 segments égaux et 5 arcs de cercle. Comptons les quarts de cercle pour chaque chemin :
- 2 grands, 2 moyens et 2 petits pour A,
- 2 grands, 2 moyens et 1 petit pour B,
- 1 grand, 2 moyens et 2 petits pour C,
- 2 grands, 2 moyens et 2 petits pour D,
- 2 grands, 2 moyens et 1 petit pour E.
Et c'est donc le chemin C qui est le plus court.

14. Réponse D. Le premier dessin montre que la face opposée à celle du F touche la face du A du côté de la « pointe » du A. Le deuxième dessin montre que c'est D qui est sur cette face.

15. Réponse D. Pour obtenir le plus grand résultat possible, il faut que KAN soit le plus grand possible (donc 765) et que les nombres soustraits, GOU et ROU, soient les plus petits possibles (donc 134 et 234).
Et $765 - 134 - 234 = 397$.



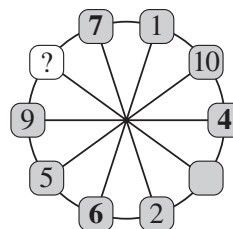
Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



16. Réponse A. Il y a 4 dans la case diamétralement opposée au 9 ($9 + 5 = 10 + 4$). Il y a 6 dans la case diamétralement opposée au 1 ($10 + 1 = 5 + 6$) et donc 7 dans la case diamétralement opposée au 2 ($6 + 2 = 1 + 7$). Il reste alors 3 et 8 à placer. Et puisque $7 + 3 = 2 + 8$, c'est 3 qui est dans la case blanche.



17. Réponse C. Chaque année, les enfants gagnent 3 voix au total, alors que le papa Kangourou en gagne une seule. Les enfants rattrapent ainsi 2 voix par année. Ils ont à rattraper $36 - (13 + 6 + 4)$, soit 13 voix. Cela arrivera dans 7 ans. Le papa aura alors 43 ans et les enfants auront 20, 13 et 11 ans, soit 44 ans à eux trois.

18. Réponse B. La fille numéro 5 est la seule à avoir seulement 2 amies : c'est donc Béa. Et Chloé et Diana ont les numéros 1 et 4. Dans les trois numéros restants (2, 3 et 6), seule la numéro 3 a 4 amies : c'est donc le numéro de Fiona.

19. Réponse E. On peut calculer dans l'ordre :
 - le côté (en cm) du carré le plus petit, $28 - 22 = 6$,
 - le côté (en cm) du carré le plus grand, $28 - 15 = 13$,
 - le côté (en cm) du carré moyen, $28 - (6 + 13) = 9$.
 Et la longueur demandée est $28 - 9$; soit 19 cm.

20. Réponse D. Les volumes étant égaux, si les hauteurs sont différentes, c'est que les aires des bases des récipients parallélépipédiques sont différentes. Précisément, plus les hauteurs sont petites plus les aires des bases sont grandes. L'ordre décroissant des hauteurs, II, I, III, est donc aussi l'ordre croissant des bases. Les bases étant les rectangles qui sont vus de dessus, le bon dessin est le D.

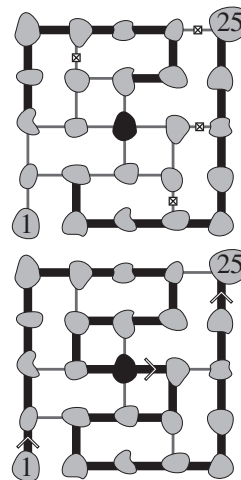
21. Réponse B. En 1 tour, il est impossible d'avoir toutes les faces visibles d'une même couleur. On peut le faire en 2 tours : on retourne d'abord 2 jetons noirs et 1 blanc (on se retrouve avec 3 noirs et 6 blancs) ; puis on retourne les 3 noirs et tous les jetons montrent alors une même couleur (blanc). Le minimum cherché est donc 2 tours.

22. Réponse B. À ce « certain moment », le nombre de parties jouées est multiple de 2 et de 3, donc de 6. Et il est inférieur à 15. Ce nombre ne peut être que 6 ou 12.
 Si c'était 6, on aurait 3 parties gagnées, 2 perdues, mais, avec les 2 nulles, cela ne ferait pas 6 parties jouées, mais 7 ($3 + 2 + 2 = 7$).
 Par contre, avec 12 parties jouées, on a bien 6 parties gagnées, 4 perdues et 2 nulles ($6 + 4 + 2 = 12$).
 Et il reste alors à Alice $15 - 12$, soit 3 parties à jouer.

23. Réponse E.

- Décompte des points de colle entre boules du même niveau :
 - entre boules du 1^{er} étage (base), 12 points de colle ;
 - entre boules du 2^e étage, 4 points de colle.
 - Décompte des points de colle entre boules de niveaux différents :
 - entre le 1^{er} et le 2^e étage, 4×4 , soit 16 points de colle ;
 - entre le 2^e étage et la boule au sommet, 4 points de colle.
- Le total de points de colle est donc $12 + 4 + 16 + 4$, soit 36.

24. Réponse A. Sauf pour les îles 1 et 25, quand une île n'est reliée aux autres que par 2 ponts, alors ces ponts sont des passages obligés. Ces ponts sont en traits épais sur la première figure ci-contre. Les quatre ponts marqués par des croix ne peuvent alors plus être empruntés. Et il n'y a alors qu'un seul chemin possible passant par toutes les îles de 1 à 25 : celui indiqué sur la deuxième figure qui arrive à l'île centrale par l'Ouest et en part vers l'Est.



25. Réponse 8. Le chiffre des unités ne peut pas être 9 puisque le chiffre des dizaines doit lui être strictement supérieur.

Le chiffre des unités ne peut pas être 8 non plus puisque le chiffre des centaines est au moins 1 et le chiffre des dizaines doit être strictement supérieur à la somme des deux autres.

On ne peut donc pas avoir plus de 8 nombres *pansus* consécutifs et ils doivent être dans la même dizaine.

Et, en choisissant le chiffre des dizaines le plus grand possible (donc 9) et celui des centaines le plus petit possible (donc 1), on a 8 nombres *pansus* consécutifs : les nombres de 190 à 197.

26. Réponse 6. Les nombres à 2 chiffres, dont la somme des chiffres est 9, sont les résultats des produits de 2×9 , 3×9 , jusqu'à 10×9 .

La somme de ces neuf nombres est $9 \times (2 + 3 + \dots + 9 + 10) = 9 \times 54$.

Et le quotient de cette somme par 81 est : $\frac{9 \times 54}{81} = \frac{9 \times 9 \times 6}{9 \times 9} = 6$.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »