

CHAPITRE 5 - STATISTIQUES

I) Rappels

Voici les temps d'attentes (en minutes) de 20 clients à la caisse d'un supermarché cet après-midi :

3 ; 5 ; 4 ; 4 ; 2 ; 5 ; 4 ; 3 ; 5 ; 4 ; 4 ; 6 ; 4 ; 3 ; 5 ; 5 ; 3 ; 4 ; 6 ; 5

Plutôt que de faire des études statistiques sur cette longue liste de nombre, on rassemble chaque nombre présent dans un tableau, et on compte le nombre de fois où ce nombre apparaît.

Définition : Le tableau ainsi créé s'appelle une *série statistique*. Chaque nombre présent dans la première ligne du tableau s'appelle une *valeur de la série* et le nombre lui correspondant dans la deuxième ligne s'appelle *l'effectif de cette valeur*. La donnée étudiée dans la série s'appelle le *caractère* de la série.

On obtient le tableau suivant :

Temps d'attente (en min)	2	3	4	5	6
Effectif	1	4	7	6	2

Le caractère de cette série statistique est le temps d'attente à la caisse, exprimé en minutes.

Remarque : En général, on range les valeurs dans l'ordre croissant lorsque ce sont des nombres. De plus, la somme totale de valeurs présentes dans la série s'appelle *l'effectif total* de la série.

Exemple : Dans notre série, l'effectif total est de $1 + 4 + 7 + 6 + 2 = 20$.

Vidéo : Calculer des fréquences (Troisième)

https://www.youtube.com/watch?v=GWDDay-mdVA&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4_UB&index=7

II) Moyenne

La moyenne est une donnée statistique qui indique une certaine tendance au sein d'un groupe. Par exemple, lorsque vos notes vous permettent d'obtenir une moyenne de 13 sur 20, ceci signifie que votre niveau dans la matière avoisine ce 13 sur 20. Il existe deux façons de calculer une moyenne selon deux scénarios :

1) Sans utiliser les effectifs

Méthode 1 : Pour calculer la valeur moyenne d'une série de données numériques, on additionne toutes les valeurs, puis on divise cette somme par le nombre total de valeurs.

Pour l'exemple du début :

$$3 + 5 + 4 + 4 + 2 + 5 + 4 + 3 + 5 + 4 + 4 + 6 + 4 + 3 + 5 + 5 + 3 + 4 + 6 + 5 = 84$$

En observant qu'il y a 20 valeurs dans la liste, la moyenne est alors de $84 / 20 = 4,2$.

2) En utilisant les effectifs

Méthode 2 : Pour calculer la moyenne, on additionne les produits de chaque valeur par son effectif, puis on divise cette somme par l'effectif total.

Pour l'exemple du début :

$$\frac{2 \times 1 + 3 \times 4 + 4 \times 7 + 5 \times 6 + 6 \times 2}{1 + 4 + 7 + 6 + 2} = \frac{84}{20} = 4,2$$

Ainsi, le temps d'attente moyen à la caisse a été de 4,2 minutes. Bien évidemment, les deux méthodes donnent le même résultat, on préférera donc en général la seconde méthode si la série est déjà présentée sous forme de tableau.

III) Étendue, médiane

Avant toute chose, il sera ici obligatoire de ranger les valeurs du caractère de la série dans l'ordre croissant. C'est souvent déjà le cas en pratique, mais si ça ne l'est pas, il faudra avant tout effectuer ce classement. Par exemple :

	Avant classement						Après classement				
Pointure	41	39	43	40	42	Pointure	39	40	41	42	43
Nb. Personne	6	2	3	4	4	Nb. Personne	2	4	6	4	3

Attention tout de même, classer le tableau signifie également déplacer les effectifs. Si avant le classement il y a 2 personnes qui chaussent du 39 et 4 personnes qui chaussent du 42, il faut également retrouver ceci dans le tableau classé. Ceci revient à déplacer la colonne entière.

1) Étendue

Cette façon de représenter les données permet de voir facilement à quel point la série est étendue. Après avoir rangé les valeurs dans l'ordre croissant, on peut mesurer l'écart entre les deux valeurs extrêmes :

Définition : On appelle *étendue* d'une série statistique la différence entre la plus grande valeur du caractère et la plus petite valeur du caractère.

Exemple : Dans la série précédente l'étendue est de $43 - 39 = 4$.

2) Médiane

La médiane est la valeur centrale de la série. Elle a parfois une interprétation plus pertinente que la moyenne. Sa définition est la suivante :

Définition : Dans une série rangée dans l'ordre croissant, la *médiane* est le nombre Me tel que :

- Au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Me .
- Au moins la moitié des valeurs de la série sont supérieures ou égales à Me .

Il faut distinguer deux cas, selon que l'effectif total soit pair ou impair :

1er cas : Effectif total impair, avec 9 valeurs

12 ; 14 ; 9 ; 26 ; 21 ; 17 ; 16 ; 24 ; 15.

On range les valeurs **dans l'ordre croissant** :

9 ; 12 ; 14 ; 15 ; **16** ; 17 ; 21 ; 24 ; 26

4 valeurs médiane 4 valeurs

La médiane est $Me = 16$, c'est la valeur telle que :
4 valeurs soient inférieures ou égales à Me
et 4 valeurs soient supérieures ou égales à Me

2ème cas : Effectif total pair, avec 6 valeurs

15 ; 7 ; 16 ; 14 ; 11 ; 9

On range les valeurs **dans l'ordre croissant** :

7 ; 9 ; 11 ; 14 ; 15 ; 16

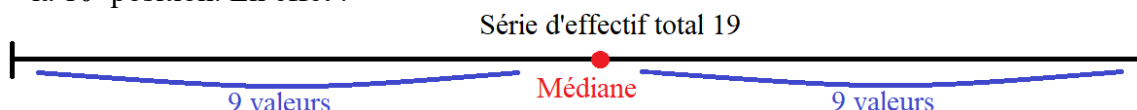
3 valeurs 3 valeurs

Il faut ici une valeur comprise entre 11 et 14, afin qu'elle soit telle que : 3 valeurs soient inférieures à Me et 3 valeurs soient supérieures à Me . On prend la moyenne entre les deux nombres mentionnés : $Me = \frac{11+14}{2} = 12.5$

Remarque : C'est donc le nombre qui se trouve "au milieu" de la série si l'on écrit toutes les valeurs de la série les unes après les autres.

Attention : Dans le cas où la série statistique serait présentée sous forme de tableau, alors deux options se présentent :

- On réécrit le contenu du tableau en une liste de valeurs. On écrit chaque valeur autant de fois que son effectif. Dans l'exemple précédent des pointures de chaussures, cela revient à :
39, 39, 40, 40, 40, 40, 41, 41, 41, **41**, 41, 41, 42, 42, 42, 42, 43, 43, 43
Puis on effectue le travail à partir de là. L'inconvénient est que cette liste est souvent bien trop longue en pratique pour être manipulée aisément.
- On laisse la série sous forme de tableau mais on effectue quelques calculs. Dans ce même exemple de pointure de chaussures, l'effectif total est 19. Ceci signifie que la médiane sera à la 10^e position. En effet :



De ce fait, il suffit de déterminer la valeur à la 10^e position. En comptant les effectifs, on observe que c'est la pointure **41**.

Exemple : *Extrait d'un sujet de D.N.B. - Centres étrangers 2022*

Paris-Nice est une course cycliste qui se déroule chaque année et qui mène les coureurs de la région parisienne à la région niçoise. L'édition 2021 s'est déroulée en 7 étapes décrites ci-dessous :

Étape	Date	Profil	Parcours	Distance
1	Dimanche 7 mars	Accidenté	Saint-Cyr-l'École→Saint-Cyr-l'École	166 km
2	Lundi 8 mars	Plat	Oinville-sur-Montcient→Amilly	188 km
3	Mercredi 10 mars	Accidenté	Chalon-sur-Saône→Chiroubles	187,5 km
4	Jeudi 11 mars	Plat	Vienne→Bollène	200 km
5	Vendredi 12 mars	Accidenté	Brignoles→Biot	202,5 km
6	Samedi 13 mars	Montagneux	Le Broc→Valdeblore La Colmiane	119,5 km
7	Dimanche 14 mars	Accidenté	Le Plan-du-Var→Levens	93 km

- On étudie la série des distances parcourues par étape.
 - Calculer la distance moyenne parcourue par étape, arrondie au dixième de km.
 - Calculer la médiane des distances parcourues par étape.
 - Calculer l'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape.
- Un journaliste affirme : « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. »
A-t-il raison ? Expliquer votre réponse.
- L'Allemand Maximilian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.
Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.
Combien de retard le dernier au classement a-t-il accumulé par rapport au vainqueur ?
- L'Irlandais Sam BENNETI a remporté la première étape en 3 h 51 min.
Déterminer sa vitesse moyenne en km/h, arrondie à l'unité, lors de cette étape.

1.a. Comme c'est une liste de 7 valeurs :

$$M = \frac{166+188+187,5+200+202,5+119,5+93}{7} \approx 165,21 \dots \text{ donc environ } 165,2 \text{ km.}$$

1.b. Comme c'est une série de 7 valeurs, il faut ranger les valeurs dans l'ordre croissant puis déterminer la 4^e valeur (car elle découpe la série en 3 – 1 – 3) :

$$93 - 119,5 - 166 - 187,5 - 188 - 200 - 202,5 \text{ donc } Me = 187,5$$

1.c. Avec le classement de la question précédente l'étendue vaut $202,5 - 93 = 109,5$.

2. Il y a 4 épreuves sur les 7 sur un terrain accidenté et $\frac{4}{7} \times 100 \approx 57,14$, donc il a raison.

3. De 28h50 à 29h, il y a 10min. De 29h à 30h12, il y a 1h12. Donc il y a au total 1h22 de retard.

4. Il l'a faite en 3h51 pour 166km. Sachant que 3h51 = 231min, on cherche par proportionnalité la valeur correspond à 60min (une heure). On a $166 \times 60 \div 231 \approx 43,11$ soit environ 43km/h.

Vidéos : Le cours – Statistiques

https://www.youtube.com/watch?v=-7Db42jJRuo&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=1

Calculer une étendue

https://www.youtube.com/watch?v=JicN3egTNPg&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=2

Calculer une médiane, une moyenne, une étendue (1)

https://www.youtube.com/watch?v=aO3pb-FEsbk&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=3

Calculer une médiane, une moyenne, une étendue (2)

https://www.youtube.com/watch?v=AcSxB_wedkU&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=4

Déterminer une médiane dans un tableaux

https://www.youtube.com/watch?v=lv9ZJ8dGn54&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=5

Déterminer une médiane dans un diagramme

https://www.youtube.com/watch?v=msDPkgW2nhw&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=6

EXERCICE : Calculer une étendue et une moyenne pondérée

https://www.youtube.com/watch?v=Lv3qvDjW6_Q&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=8

EXERCICE : Calculer une moyenne, une médiane, une étendue

https://www.youtube.com/watch?v=cO3sAORCP-w&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=9

Prépare ton brevet : Statistiques

https://www.youtube.com/watch?v=-vhrDRNZvxI&list=PLVUDmbpupCaruSdG8-Mk7-g-IbXZ4__UB&index=10

EXERCICES – CHAPITRE 5

1) Rappels, p.101

1 Voici le poids (en kg) de tous les licenciés d'un club de boxe.

75	57	73	63	70	74	73	65	55	72	98	54	75	77	78	97
60	76	67	61	81	72	56	77	84	89	73	111	72	65	80	66
77	72	90	88	55	76	76	93	66	61	107	62	79	80	75	88
73	57	75	71	76	82	65	68	96	60	63	76	59	68	59	71
71	91	66	100	92	58	80	79	80	79	73	67	73	72	84	74

a. Regroupe ces données par catégorie.

Poids	Plumes	Légers	Super-légers	Welters
	54 à 56	57 à 59	60 à 63	65 à 68
Effectif				

Poids	Moyens	Mi-lourds	Lourds	Super-lourds
	70 à 74	75 à 80	81 à 90	supérieur à 91
Effectif				

Pour répondre, utilise les valeurs du tableau.

b. Combien de boxeurs pèsent 59 kg et moins ?

c. Combien de boxeurs pèsent 76 kg ?

d. Combien pèsent entre 65 et 80 kg ?

e. Les boxeurs des catégories « Moyens » et inférieures représentent-ils plus ou moins de 50 % des boxeurs du club ?

II) Moyennes, Cahier de 5^e p116, 117



a. Voici leur taille.

1,95 m 1,90 m 2,01 m 1,86 m 1,92 m
2,03 m 1,74 m 1,65 m 1,97 m

Calcule la taille moyenne des joueurs de cette équipe. Arrondis au cm.

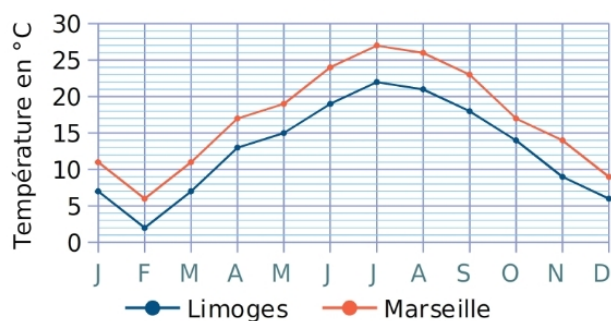
2 Une équipe de volley-ball comporte 9 joueurs.

b. Voici le nombre de points que chaque joueur a marqués cette saison.

35 pts 24 pts 31 pts 32 pts 33 pts
27 pts 3 pts 0 pt 22 pts

Calcule le nombre moyen de points marqués par cette équipe au cours de la saison.

3 Voici les températures moyennes par mois obtenues en 2018 à Limoges et à Marseille.



Calcule la moyenne annuelle dans chaque ville.

2 Voici les tailles, en cm, de 29 jeunes plants de blé, 10 jours après la mise en germination.

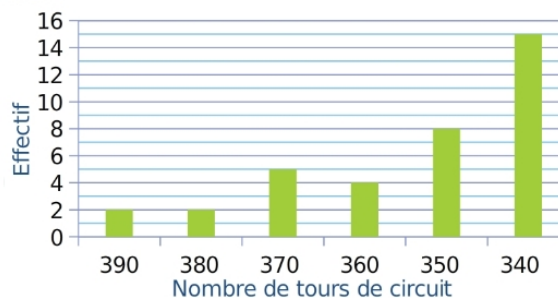
Taille (en cm)	0	10	15	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	4	6	2	3	3	4	4	2

Calcule la taille moyenne d'un jeune plant de blé.

b. Calcule la moyenne de cette série (tu donneras la valeur arrondie à l'unité).

4 La course automobile des 24 heures du Mans consiste à effectuer en 24 heures le plus grand nombre de tours d'un circuit.

Le diagramme en bâtons ci-dessous donne la répartition du nombre de tours effectués par les 36 premiers coureurs automobiles du rallye en 2018.



a. Complète ci-dessous le tableau des effectifs.

Nombre de tours effectués	390	380	370	360	350	340
Effectif	2					

III) Étendue, Médianes, p105, 106

1 Calcule l'étendue de chaque série statistique suivante.

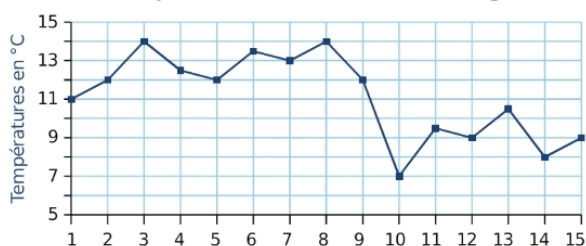
a. 8 ; 503 ; 12 ; 9 ; 1 ; 1 000 ; 278 ; 4

.....

2 Une boutique vend exclusivement des macarons. Ce tableau indique le nombre de macarons vendus sur une semaine.

Jours	Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
Nombre de macarons vendus	324	240	310	204	318	386	468

4 Le graphique ci-dessous donne la température à Paris pour chacun des quinze premiers jours d'un mois de janvier (arrondie au demi-degré).



a. Quelle est la température maximale et à quelle(s) date(s) est-elle atteinte ?

.....

b. Détermine l'étendue de cette série statistique.

.....

c. Détermine la médiane de cette série statistique.

.....

.....

.....

.....

b. 88,8 ; 10 ; 0,1 ; 88,13 ; 5 ; 66,66 ; 11,999

.....

c. 5,5 ; 5,55 ; 55,5 ; 0,55 ; 50,5 ; 500,5 ; 0,05

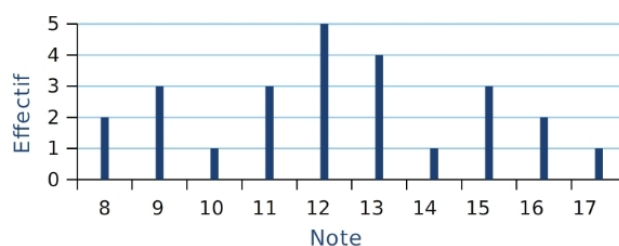
.....

Calcule la différence entre le nombre de macarons vendus le dimanche et ceux vendus le jeudi. À quel terme statistique correspond cette valeur ?

.....

.....

5 Voici le diagramme en bâtons représentant les notes obtenues par les 25 élèves de 3^eD au dernier devoir de mathématiques.



a. Combien d'élèves ont obtenu la note 12 ?

.....

b. Détermine l'étendue de cette série statistique.

.....

c. Détermine la médiane de cette série statistique.

.....

.....

.....

.....