

CHAPITRE 1 – OPÉRATIONS SUR LES RELATIFS

Pour des raisons de compréhension et de mises en valeur des signes, les nombres positifs seront précédés d'un symbole + dans ce chapitre. Ceci n'est pas le procédé le plus courant mais celui-ci favorise la compréhension des premiers éléments de ce chapitre.

1) Addition et soustraction de relatifs – Rappels de 5ème

Définition : On appelle *nombres relatifs* l'ensemble des nombres positifs et négatifs. Un nombre relatif est caractérisé par son *signe* et par sa *partie numérique* (ou *distance à zéro*). La partie numérique est toujours un nombre positif.

Exemple : La partie numérique de +5 est 5 et son signe est +. Celle de -3 est 3 et son signe est –.

Règle n°1 : Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :

- On garde leur signe commun.
- On additionne leurs deux parties numériques.

Exemples : $(+5) + (+18) = +23$ $(-3) + (-5) = -8$

Règle n°2 : Pour additionner deux nombres relatifs de signes opposés :

- On garde le signe du nombre qui a la plus grande partie numérique.
- On soustrait les deux parties numériques (*la plus grande moins la plus petite*).

Exemples : $(+7) + (-10) = -3$ (car $10 > 7$) $(-20) + (+41) = +21$ (car $41 > 20$)

Remarque : Deux nombres possédant la même partie numérique mais de signes différents sont dits *opposés*. La somme de deux nombres opposés est toujours égale à zéro.

Exemple : $(+18) + (-18) = 0$

Règle n°3 : Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

Remarque : On va donc transformer chaque soustraction en une addition (en rouge après) de l'opposé (en vert après), et on pourra appliquer les règles de calcul vues dans le premier paragraphe.

Exemples :

$(-5) - (+2)$	$(-5) - (-3)$	$(+8) - (+11)$	$(+6) - (-5)$
$= (-5) + (-2)$	$= (-5) + (+3)$	$= (+8) + (-11)$	$= (+6) + (+5)$
$= -7$	$= -2$	$= -3$	$= 11$

Définition : Une *somme algébrique* est une suite d'additions et de soustractions de relatifs.

Exemple : $(-3) - (-5) + (+8) + (-2)$ est une somme algébrique.

Méthode : Pour effectuer ce type de calculs, on transformera toutes les soustractions en additions, puis on regroupera les positifs d'une part et les négatifs d'autre part pour simplifier le calcul. Dans certaines sommes algébriques, on remarque que deux nombres opposés sont présents. Comme leur somme fait 0, on peut alors les barrer et ne pas les prendre en compte.

Exemple : $(+7) - (-12) + (-3) - (+5) + (+8) - (+6) + (+5)$ (transfor. des add. en soustr.)
 $= (+7) + (+12) + (-3) + (-5) + (+8) + (-6) + (+5)$ (on s'acquitte des **deux opposés**)
 $= (+7) + (+12) + (-3) + (-5) + (+8) + (-6) + (+5)$ (on "sépare" les **positifs** des **négatifs**, puis calculs finaux)
 $= (+27) + (-9) = 18$

Vidéos : Effectuer des additions et soustractions avec les nombres relatifs
<https://www.youtube.com/watch?v=u-bqCheDpHc&list=PLVUDmbpupCao5IUU-DDfTRggnJbLHQOLK&index=2>
 Playlist entière sur les relatifs, étudiée et décortiquée en 5^e
<https://www.youtube.com/watch?v=GAhNZgDw1XA&list=PLVUDmbpupCao5IUU-DDfTRggnJbLHQOLK&index=2>

II) Multiplication de nombres relatifs

1) Multiplications de deux relatifs

Propriété : (Règle des signes pour les multiplications)

- Le produit de deux nombres relatifs de *même signe* est positif.
- Le produit de deux nombres relatifs de *signes différents* est négatif.

Méthode : Pour calculer le produit de deux nombres relatifs:

- 1) On utilise la règle des signes pour déterminer le signe du produit;
- 2) On multiplie ensuite les parties numériques (distances à zéro) entre elles.

Exemples :

Nombres de même signe :

- $(+3) \times (+4) = 12$
- $(-2) \times (-5) = 10$

Nombres de signes contraires :

- $5 \times (-3) = -15$
- $(-7) \times 2 = -14$

Remarques :

- Le produit d'un nombre relatif par -1 est égal à son opposé. Par exemple $-3 = (-1) \times 3$ ou encore $4,2 = (-1) \times (-4,2)$.
- On peut synthétiser la propriété précédente dans le tableau ci-contre. La lecture s'effectue par exemple ainsi : si l'on multiplie un relatif négatif avec un autre relatif négatif, on obtient un relatif positif. (case en bas à droite)

... fois ...	+	-
+	+	-
-	-	+

2) Multiplications de plus de deux relatifs

Évidemment, les opérations que nous effectuerons ne se limiteront pas à la multiplication de deux relatifs, mais possiblement de plus de deux nombres. Ceci ne complique pas davantage la tâche, grâce à la propriété suivante :

Propriété : Le produit de plusieurs nombres relatifs non nuls est :

- Positif s'il comporte un *nombre pair* de facteurs négatifs.
- Négatif s'il comporte un *nombre impair* de facteurs négatifs.

Ceci signifie que l'on peut déterminer le signe d'un produit avant de le calculer, puis ne calculer ce produit qu'avec les distances à zéro des nombres.

Exemples :

$A = (-4) \times (-1) \times 3 \times 6$	$B = (-4) \times (-2) \times 3 \times (-5)$
Il y a deux facteurs négatifs, donc le résultat est positif. De plus, $4 \times 1 \times 3 \times 6 = 72$ donc $A = 72$	Il y a trois facteurs négatifs, donc le résultat est négatif. De plus, $4 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$ donc $B = -120$

Vidéos :

Appliquer la règle des signes (1)

<https://www.youtube.com/watch?v=q-vHvhiizqY&list=PLVUDmbpupCao5IUU-DDfTRggnJbLHQOLK&index=4>

Appliquer la règle des signes (2)

https://www.youtube.com/watch?v=l_BleoCE-3Y&list=PLVUDmbpupCao5IUU-DDfTRggnJbLHQOLK&index=5

III) Division de deux nombres relatifs

Propriété : (Règle des signes pour les divisions)

- Le quotient de deux nombres relatifs non nuls de *même signe* est positif.
- Le quotient de deux nombres relatifs non nuls de *signes différents* est négatif.

Méthode : Pour calculer le quotient de deux nombres relatifs:

- 1) On utilise la règle des signes pour déterminer le signe du quotient;
- 2) On divise ensuite les parties numériques entre-elles.

Exemples :

Nombres de même signe	Nombres de signes différents
$\frac{30}{15} = 30 \div 15 = 2$ $\frac{-16}{-4} = (-16) \div (-4) = 4$	$\frac{-3}{2} = (-3) \div 2 = -1,5$ $\frac{1}{-4} = 1 \div (-4) = -0,25$

Remarque : La dernière propriété de la section précédente reste vraie pour les divisions. On peut déterminer le signe d'une expression composée de divisions successives en observant la parité (pair ou impair) du nombre de signes "-". Mais il est moins courant, en pratique, de voir des divisions successives...

Vidéos :

Appliquer la règle des signes sur des fractions

<https://www.youtube.com/watch?v=Bf11wk3SMTY&list=PLVUDmbpupCao5IUU-DDfTRggnJbLHQOLK&index=9>

Cours : Multiplication et division de relatifs

<https://www.youtube.com/watch?v=mAK5sYfze0w&list=PLVUDmbpupCao5IUU-DDfTRggnJbLHQOLK>

IV) Calcul avec les quatre opérations

Maintenant que nous savons comment se comportent les multiplications et divisions de relatifs, on va réaliser des calculs avec les quatre opérations et pour des expressions contenant des relatifs, telles que $((-3) \times 4 - 8) \div (-4) + 6$.

Il ne sera pas difficile de réaliser ces calculs car il n'y aucune difficulté supplémentaire, hormis le respect des priorités opératoires que nous rappelons ici :

- On effectue en premier les opérations entre parenthèses.
- Puis on effectue toutes les multiplications et divisions, de gauche à droite.
- Et enfin les additions et soustractions, de gauche à droite également.

Ainsi, la chaîne de calculs pour obtenir le résultat de l'expression précédente est le suivant :

$$\begin{aligned} ((-3) \times 4 - 8) \div (-4) + 6 &= (-12 - 8) \div (-4) + 6 \\ &= (-20) \div (-4) + 6 \\ &= 5 + 6 \\ &= 11 \end{aligned}$$

Dans la parenthèse, on effectue le **produit** d'abord puis la **soustraction**.

Il reste une **division** et une **addition**, donc on effectue d'abord la division, puis l'addition.

Chaque expression contenant des relatifs et plusieurs des quatre opérations de base obéit à ceci, donc il n'agit maintenant plus que de s'entraîner...

Vidéo :

Effectuer des calculs avec les relatifs

https://www.youtube.com/watch?v=p_-4EYjsOiA&list=PLVUDmbpupCao5IUU-DDfTRggnJbLHQOLK&index=7&ab_channel=YvanMonka

EXERCICES – CHAPITRE 1

I) Addition et soustraction de relatifs – Rappels de 5ème

1 Effectue les calculs suivants.

a. $(-10) + (-1) = \dots\dots$

b. $(+13) + (-6) = \dots\dots$

c. $(+5) + (+5) = \dots\dots$

d. $(-13) + (+6) = \dots\dots$

e. $(+1) + (-1) = \dots\dots$

f. $(+0,8) + (+3) = \dots\dots$

g. $(+1,5) + (-4) = \dots\dots$

h. $(-2) + (+5,5) = \dots\dots$

i. $(-1) + (-4,1) = \dots\dots$

j. $(-5) + (-0,4) = \dots\dots$

2 Complète.

a. $(+4) + (\dots\dots) = 9$

b. $(+6) + (\dots\dots) = -9$

c. $(-6) + (\dots\dots) = -5$

d. $(+15) + (\dots\dots) = 1$

e. $(\dots\dots) + (+6) = 0$

f. $(\dots\dots) + (-8) = -8$

g. $(\dots\dots) + (+11) = 7$

h. $(\dots\dots) + (-11) = 4$

3 Effectue les calculs suivants.

a. $(-6) - (-9) = \dots\dots$

b. $(-3) - (-5) = \dots\dots$

c. $(+15) - (-15) = \dots\dots$

d. $(-15) - (+17) = \dots\dots$

e. $(-0,1) - (-2) = \dots\dots$

f. $(+6,5) - (+1) = \dots\dots$

g. $(-1) - (+9,5) = \dots\dots$

h. $(+0,3) - (-6) = \dots\dots$

4 Complète.

a. $(+3) - (\dots\dots) = 9$

b. $(+5) - (\dots\dots) = 1$

c. $(-4) - (\dots\dots) = -11$

d. $(\dots\dots) - (+12) = 9$

e. $(\dots\dots) - (+14) = 0$

f. $(\dots\dots) - (-7) = 4$

5 Effectue les calculs suivants.

a. $4 - 19 = \dots\dots$

b. $-18 + 13 = \dots\dots$

c. $-8 - 3 = \dots\dots$

d. $-11 + 11 = \dots\dots$

e. $-2,5 - 2,5 = \dots\dots$

f. $-0,1 + 100 = \dots\dots$

g. $0,3 - 7,3 = \dots\dots$

h. $-0,5 - 19,5 = \dots\dots$

6 Complète.

a. $7 + \dots\dots = 12$

b. $-10 + \dots\dots = -10$

c. $-4 + \dots\dots = 10$

d. $-5 - \dots\dots = -11$

e. $\dots\dots + 7 = 0$

f. $\dots\dots + 1 = -7$

g. $\dots\dots - 3 = -12$

h. $\dots\dots - 17 = -1$

7 Effectue les calculs suivants.

$A = (-14) + (+16) + (-3)$

$A = \dots\dots\dots$

$A = \dots\dots\dots$

$E = (-2) - (-1) - 5 + 4 + 77$

$E = \dots\dots\dots$

$E = \dots\dots\dots$

$E = \dots\dots\dots$

$$B = (+ 4,5) + (- 16) + (- 3,5) + (- 3) + (+ 2,5)$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$C = (- 7) - (+ 11) - (- 1)$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$D = (+ 2) - (- 6) + (- 3) - (- 7) + (+ 12) - (+ 9)$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$D = \dots\dots\dots$$

8 Effectue les calculs suivants.

$$F = (+ 2) - (- 8) + (- 6) - (+ 9)$$

$$F = \dots\dots\dots$$

$$F = \dots\dots\dots$$

$$F = \dots\dots\dots$$

$$G = (- 11) - (- 4) + (- 1) - (+ 5)$$

$$G = \dots\dots\dots$$

$$G = \dots\dots\dots$$

$$G = \dots\dots\dots$$

$$H = (- 13) - (- 15) - (- 20) + (+ 25)$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

II) Multiplication de nombres relatifs

1) Multiplications de deux relatifs

1 Coche pour indiquer le signe de chaque produit.

	produit	positif	négatif
a.	$(- 7) \times 37$		
b.	$7,5 \times 3$		
c.	$2 \times (- 3,2)$		
d.	$(- 1) \times (- 5,3)$		
e.	$(- 2) \times (- 0,1)$		
f.	$(- 0,2) \times (- 7)$		
g.	$7,5 \times (- 37)$		
h.	$(- 7,5) \times (- 37)$		
i.	$(- 4) \times 0$		
j.	$0,23 \times 5$		

4 Complète, sachant que chaque nombre est le produit des nombres se trouvant dans les deux cases juste en dessous.

- 3	2	- 1	- 5

2 Calcule.

a. $3 \times (- 4) = \dots\dots\dots$

b. $(- 3) \times 4 = \dots\dots\dots$

c. $(- 3) \times (- 4) = \dots\dots\dots$

d. $(- 1) \times (- 1) = \dots\dots\dots$

e. $1 \times (- 1) = \dots\dots\dots$

f. $(- 7) \times 5 = \dots\dots\dots$

g. $(- 7) \times (- 5) = \dots\dots\dots$

h. $0 \times (- 79) = \dots\dots\dots$

5 Calcule.

a. $(- 0,3) \times (- 8) = \dots\dots\dots$

b. $(- 4) \times 0,5 = \dots\dots\dots$

c. $7 \times (- 0,2) = \dots\dots\dots$

d. $(- 0,9) \times (- 9) = \dots\dots\dots$

e. $(- 60) \times (- 0,4) = \dots\dots\dots$

f. $0,5 \times (- 30) = \dots\dots\dots$

g. $(- 8) \times (- 0,1) = \dots\dots\dots$

h. $100 \times (- 0,7) = \dots\dots\dots$

3 Calcule.

a. $(- 10) \times (- 10) = \dots\dots\dots$

b. $10 \times 10 = \dots\dots\dots$

c. $10 \times (- 10) = \dots\dots\dots$

d. $(- 25) \times 4 = \dots\dots\dots$

e. $(- 100) \times 2 = \dots\dots\dots$

f. $(- 50) \times (- 4) = \dots\dots\dots$

g. $237 \times (- 1) = \dots\dots\dots$

h. $(- 250) \times (- 1) = \dots\dots\dots$

6 Calcule.

a. $0,1 \times (- 1,2) = \dots\dots\dots$

b. $(- 0,2) \times 5 = \dots\dots\dots$

c. $(- 2,5) \times (- 4) = \dots\dots\dots$

d. $10 \times (- 0,17) = \dots\dots\dots$

e. $(- 1,25) \times (- 8) = \dots\dots\dots$

f. $(- 0,2) \times 2 = \dots\dots\dots$

g. $(- 5) \times (- 0,07) = \dots\dots\dots$

h. $(- 0,3) \times (- 6) = \dots\dots\dots$

2) Multiplications de plus de deux relatifs

4 Complète le tableau.

	produit	positif	négatif
a.	$(-1) \times 2 \times (-3) \times (-4) \times (-5)$		
b.	$(-1) \times 2 \times (-3) \times 4 \times (-5) \times 6$		
c.	$2 \times (-10) \times (-7) \times (-2)$		

6 Effectue chaque produit en déterminant d'abord son signe, puis en calculant mentalement sa distance à zéro, grâce à des regroupements astucieux.

$$H = (-50) \times (-13) \times (-2) \times (-125) \times (-8)$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

	produit	positif	négatif
d.	$-4 \times 2,6 \times (-3,8) \times (-4,5) \times (-1,5)$		
e.	$(-3) \times (-9) \times 4 \times (-1,2) \times (-2) \times (-1)$		
f.	$(-5,7) \times 9,3 \times 4,5 \times 0 \times (-2,32) \times (-1)$		

$$J = (-4) \times (-0,125) \times 2,5 \times (-4,23) \times 8$$

$$J = \dots\dots\dots$$

$$J = \dots\dots\dots$$

$$J = \dots\dots\dots$$

$$K = 0,001 \times (-4,5) \times (-10)^2 \times (-0,2)$$

$$K = \dots\dots\dots$$

$$K = \dots\dots\dots$$

$$K = \dots\dots\dots$$

III) Division de deux nombres relatifs

1 Coche pour indiquer le signe de chaque quotient.

	quotient	positif	négatif
a.	$(-8) \div 3$		
b.	$(-8) \div (-4)$		
c.	$12 \div 1,5$		
d.	$(-8) \div (-4)$		
e.	$-42 \div 7$		
f.	$9 \div (-3)$		
g.	$\frac{15}{4}$		
h.	$\frac{11}{-5}$		
i.	$\frac{-45}{15}$		
j.	$\frac{-9,2}{-3,5}$		
k.	$\frac{-14}{-3}$		
l.	$\frac{-2}{3}$		

2 Complète par le signe « + » ou « - ».

- a. $(\dots 21) \div (-7) = 3$
b. $(\dots 2) \div (+4) = 0,5$
c. $16 \div (\dots 8) = -2$
d. $(-63) \div (\dots 7) = -9$
e. $49 \div (\dots 7) = 7$
f. $(-121) \div (\dots 11) = -11$

4 Calcule.

- a. $(-27) \div (-9) = \dots\dots\dots$
b. $(-24) \div (+4) = \dots\dots\dots$
c. $(+8) \div (-8) = \dots\dots\dots$
d. $(-55) \div (-5) = \dots\dots\dots$
e. $(+15) \div (-10) = \dots\dots\dots$
f. $(-4) \div (-8) = \dots\dots\dots$

3 Même énoncé qu'au 2.

- a. $\frac{\dots 4}{-5} = -0,8$
b. $\frac{\dots 14}{14} = -1$
c. $\frac{-56}{\dots 7} = 8$
d. $\frac{\dots 96}{12} = 8$
e. $\frac{2}{\dots 6} = \frac{1}{-3}$

5 Complète.

	-2	5	-10
-50			
35			
-80			
-5			
1			

7 Calcule.

a. $\frac{-7,2}{9} = \dots\dots\dots$

b. $\frac{-9}{-18} = \dots\dots\dots$

c. $\frac{18}{-2} = \dots\dots\dots$

d. $\frac{-9}{2} = \dots\dots\dots$

e. $\frac{-14,6}{-2} = \dots\dots\dots$

8 Complète.

a. $24 \div \dots\dots\dots = -8$

b. $(-24) \div \dots\dots\dots = -12$

c. $(-18) \div \dots\dots\dots = -6$

d. $25 \div \dots\dots\dots = -5$

e. $(-42) \div \dots\dots\dots = 6$

f. $(-16) \div \dots\dots\dots = 32$

9 Complète.

a. $\dots\dots\dots \div 2,5 = -100$

b. $\dots\dots\dots \div 25 = -5$

c. $\dots\dots\dots \div 5 = 100$

d. $\dots\dots\dots \div (-1) = 100$

e. $\dots\dots\dots \div (-20) = -80$

f. $\dots\dots\dots \div (-7) = 35$

IV) Calcul avec les quatre opérations

2 Effectue les calculs suivants.

a. $12 \times (-5) = \dots\dots\dots$

b. $-8 \times (-6) = \dots\dots\dots$

c. $(-56) \div 7 = \dots\dots\dots$

d. $\frac{24}{-6} = \dots\dots\dots$

e. $-6 - 12 = \dots\dots\dots$

f. $-5,5 + 5,05 = \dots\dots\dots$

g. $(-15) \times 75 = \dots\dots\dots$

h. $-6 - (-5) = \dots\dots\dots$

i. $(-8) \div (-5) = \dots\dots\dots$

j. $-\frac{5}{8} = \dots\dots\dots$

k. $35 - (-42) = \dots\dots\dots$

l. $-5,5 \times 5,05 = \dots\dots\dots$

4 Complète avec le signe opératoire adéquat.

a. $(-4) \dots (-2) = 8$

b. $(-4) \dots (-2) = -6$

c. $(-1) \dots (-1) = 1$

d. $(-1) \dots (-1) = -2$

e. $(-6) \dots (-2) = 3$

f. $(-6) \dots (-2) = -4$

g. $(-4) \dots 2 = -6$

h. $(-4) \dots 2 = -2$

D = $-10 + 10 \times (-4)$

D = $\dots\dots\dots$

D = $\dots\dots\dots$

E = $\frac{-9 \times 4}{6 \times (-2)}$

E = $\dots\dots\dots$

E = $\dots\dots\dots$

F = $\frac{-3 - 6 \times (-3)}{2 \times (-3)}$

F = $\dots\dots\dots$

F = $\dots\dots\dots$

F = $\dots\dots\dots$

J = $(-10 + 10) \times (-4)$

J = $\dots\dots\dots$

J = $\dots\dots\dots$

K = $(19 - 12) \div (-4)$

K = $\dots\dots\dots$

K = $\dots\dots\dots$

L = $\frac{9 + 5 \times (-3)}{(-2) \times (-3)}$

L = $\dots\dots\dots$

L = $\dots\dots\dots$

L = $\dots\dots\dots$

6 Effectue en soulignant les étapes du calcul.

A = $15 + 5 \times (-8)$

A = $\dots\dots\dots$

A = $\dots\dots\dots$

B = $(-8) \div 4 - 5$

B = $\dots\dots\dots$

B = $\dots\dots\dots$

C = $19 - 12 \div (-4)$

C = $\dots\dots\dots$

C = $\dots\dots\dots$

G = $(15 + 5) \times (-8)$

G = $\dots\dots\dots$

G = $\dots\dots\dots$

H = $(-8) \div (4 - 5)$

H = $\dots\dots\dots$

H = $\dots\dots\dots$

I = $8 \times (-2) - 9 \div (-3)$

I = $\dots\dots\dots$

I = $\dots\dots\dots$