CHAPITRE 17 – INTRODUCTION AUX PROBABILITÉS

I) Notion de probabilité.

Il existe des expériences dont on ne peut pas prévoir le résultat en avance. On dit que le résultat est *aléatoire*, et que notre expérience est soumise au *hasard*.

Exemples : Tirer à pile ou face, lancer un dé, tirer une carte dans un jeu de 52 cartes* .

Du moment où l'on décide de réaliser une telle expérience jusqu'au moment où le résultat tombe, toute une panoplie de notions interviennent, dont nous allons poser ici le vocabulaire.

Définition :
- Une *expérience* est *aléatoire* lorsqu'elle a plusieurs résultats possibles et qu'on ne peut pas prévoir quel résultat se produira.
- Chaque résultat possible est une *issue* de l'expérience.
- Etant donnée une expérience aléatoire, un *évènement* est un ensemble d'issues ; dans le cas d'une seule issue, on dit qu'il s'agit d'un *évènement élémentaire*.

Exemple : Lancer un dé est une expérience aléatoire. Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, les évènements élémentaires sont : « *obtenir 1* », « *obtenir 2* », « *obtenir 3* », « *obtenir 4* », « *obtenir 5* », « *obtenir 6* ». On nomme A l'évènement « *obtenir un nombre inférieur ou égal à 2* ». Cet évènement est réalisé par les issues 1 et 2.

Illustration : Un dé à 6 faces, et les deux faces d'une pièce de monnaie.

Remarque : Il sera impératif de nommer les évènements pour mieux les manipuler. On utilisera en général une lettre qui évoque l'évènement auquel elle correspond. Par exemple, en tirant à pile ou face, on utilisera *P* pour l'évènement « obtenir pile » et *F* pour l'évènement « obtenir Face ».

Bien que l'on ne puisse pas prévoir le résultat d'une expérience aléatoire en avance, on peut tout de même peser la possibilité qu'un évènement se réalise ou non. Lorsque l'on fait ceci, on dit que l'on détermine la probabilité de l'évènement.

Définition : La *probabilité* d'un évènement *E* est un nombre compris entre 0 et 1 permettant de peser la potentialité qu'un évènement se produise ou non.

Notation : Si cet évènement a 80 % de chance de se produire, il a une probabilité de $0{,}8 = \frac{80}{100}$.
On écrit $P(E)=0{,}8$ qui se lit « *probabilité de E est égal à 0,8* » ou « *p de E est égal à 0,8* ».

Définition : Un événement qui se produit toujours est un *évènement certain.* Sa probabilité est 1. Un évènement qui ne se produit jamais est un *évènement impossible* et sa probabilité est 0.

Exemples : Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, numérotées de 1 à 6 :
- L'événement *S* : « *obtenir un nombre inférieur à 7* » est certain. On a P(*S*) = 1.
- L'évènement *T* : « *obtenir 10* » est impossible. On a P(*T*) = 0.

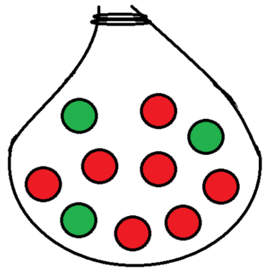
Vidéo : Effectuer des calculs de probabilités très simples	
https://www.youtube.com/watch?v=a9Mb5v7Z4Mw&list=PLVUDmbpupCaq-oSlU99muFSPnsApY1mHr&index=10	

II) Equiprobabilité et calcul de probabilités.

Pour le moment, la totalité des expériences aléatoires que l'on verra seront à déterminer dans une situation très confortable pour le calcul, donnée par la définition qui suit. On verra des méthodes pour déterminer des probabilités en dehors de cette situation dans des classes supérieures.

Définition : Si toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit qu'on est en *situation d'équiprobabilité*.

Exemple : Tirer à pile ou face est une situation d'équiprobabilité, aucun côté de la pièce n'est favorisé. Par contre, si l'on tire un jeton dans un sac contenant 7 jetons rouges et 3 jetons verts, alors ce n'est pas une situation d'équiprobabilité car il y a plus de jetons rouges que de verts. Si l'on note R l'évènement « *tirer un jeton rouge* » et V l'évènement « *tirer un jeton vert* », alors $P(R) = 0{,}7$ et $P(V) = 0{,}3$.



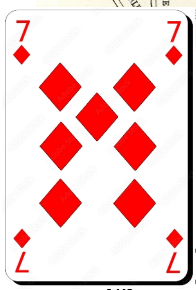
Dans ce cas calculer la probabilité d'un événement est simple car elle obéit à la formule suivante :

Propriété : Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité que l'évènement A se réalise est :

$$P(A)=\frac{Nombre\ d'issues\ favorables\ à\ A}{Nombre\ d'issues\ totales}$$

Exemple :

- On tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes*. La probabilité de l'évènement S : « *tirer le sept de carreau* » est $P(S) = \frac{1}{52}$, celle de R : « *tirer une carte rouge* » est $P(R) = \frac{26}{52}=\frac{1}{2}$, celle de T : « *tirer une tête (valet, dame, roi)* » est $P(T) = \frac{12}{52}=\frac{3}{13}$.



- On arrête une personne dans la rue et on lui demande son mois de naissance. Les issues de cette expérience aléatoire sont les 12 mois de l'année. La probabilité de M : « *la personne est née au mois de mars* » est $P(M) = \frac{1}{12}$ et la probabilité de l'évènement H : « *la personne est née en hiver (Décembre, Janvier, Février)* » est de $P(H) = \frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

Remarque : Le dernier exemple n'est valide que si on admet l'équiprobabilité de la situation, ce qui n'est pas vraiment le cas… à cause du nombre de jours qui constitue chaque mois.

Vidéos : Résoudre un problème lié au hasard	
https://www.youtube.com/watch?v=6EtRH4udcKY&list=PLVUDmbpupCaq-oSlU99muFSPnsApY1mHr&index=9	
EXERCICE : Résoudre un problème lié au hasard	
https://www.youtube.com/watch?v=RoZKfcNpnqI&list=PLVUDmbpupCaq-oSlU99muFSPnsApY1mHr&index=11	

* **Important :** La constitution d'un jeu classique de 52 cartes est à connaître pour maîtriser les événements faisant intervenir un tel jeu. On rappelle ici qu'il est constitué de 52 cartes uniques possédant chaque une *valeur*, une *couleur* et un *symbole*.

- Les *valeurs* vont de 1 à 10 inclus, le 1 étant parfois appelé *As*. On y rajoute les trois *têtes ou figures* que sont le *Valet*, la *Dame*, et le *Roi*. (13 valeurs)
- Les quatre *symboles* des cartes sont ***coeur**, **pique**, **carreau**, et **trèfle***. (♥ ♠ ♦ ♣) (4 symboles)
- Les symboles ***coeur*** et ***carreau*** sont rouges, ***pique*** et ***trèfle*** sont noir, ce sont leur *couleur*.
- Chaque carte se distingue par *son unique association de sa valeur et du symbole* : il y a un seul 7 de carreau (illustré plus haut), un seul 9 de coeur, un seul Valet de pique, etc. Il y a donc bien $13 \times 4 = 52$ possibilités et c'est le nombre de cartes dans le paquet.

EXERCICES – CHAPITRE 17

I) Notion de probabilités, p.152

1 *À la maternité*

a. Fanny accouche d'un bébé.
Quelles sont les issues possibles ?

....

b. Maria accouche de jumeaux.
Quelles sont les issues possibles ?

....

....

2 Une roue de loterie est partagée en huit secteurs identiques numérotés de 1 à 8. Donne toutes les issues possibles correspondant aux évènements suivants.

a. « Obtenir un multiple de 2. »

....

b. « Obtenir un multiple de 3. »

....

c. « Obtenir un multiple de 2 et de 3. »

....

d. « Obtenir un multiple de 2 ou de 3. »

....

4 *Dés de couleur*

a. Décris une expérience aléatoire en rapport avec l'image ci-dessus.

....

....

....

b. Quelles sont les issues possibles ?

....

....

....

5 On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

a. Combien d'issues compte cette expérience ? ....

b. Indique les issues qui réalisent chacun des évènements :

A : *« La carte tirée est un roi. »* ....

B : *« La carte tirée est noire. »* ....

c. Existe-t-il des issues qui réalisent les deux évènements A et B en même temps ? Si oui, lesquelles ?

....

....

3 On lance deux dés à trois faces et on ajoute les chiffres des faces visibles.

a. Quelles sont les issues possibles ?

....

....

Pour aller plus loin :

b. Détermine un évènement impossible.

....

c. Détermine un évènement certain.

....

II) Equiprobabilité et calcul de probabilités, p.153-154

1 On choisit un personnage parmi ceux-ci.

Quelle est la probabilité...

a. qu'il soit roux ? ....

b. qu'il porte des chaussures rayées ? ....

c. qu'il porte un T-shirt à manches courtes ? ....

d. qu'il porte une ou deux boucles d'oreille ? ....

e. qu'il porte un pantalon ? ....

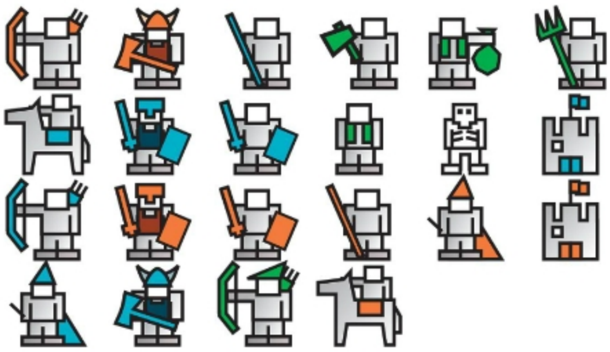
3 Chaque lettre de l'alphabet est marquée sur vingt-six jetons. Gaspard en tire une au hasard.

Quelle probabilité a-t-il d'obtenir...

a. un **Z** ? .... **b.** une consonne ? ....

c. une lettre du mot « **VACANCES** » ? ....

4 On choisit une figurine parmi celles-ci.



Quelle est la probabilité...

a. qu'elle soit en partie orange ? ....

b. qu'elle soit en partie verte ? ....

c. qu'elle soit en partie orange ou verte ? ....

d. qu'elle soit un cavalier ? ....

e. qu'elle ne soit pas un cavalier ? ....

f. qu'elle soit un archer ? ....

g. qu'elle soit un archer ou un cavalier ? ....

h. qu'elle soit un archer en partie orange ? ....

2 *Questionnaire à choix multiples*

Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte, entoure-la.

Énoncé :
Un sac contient six boules numérotées : quatre blanches et deux bleues. Les boules blanches portent les numéros 1 ; 1 ; 2 et 3 et les bleues portent les numéros 1 et 2.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{4}$	4
Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 ?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$

1 Une urne contient des boules indiscernables au toucher : 5 sont bleues, 3 sont rouges et 2 sont blanches. On tire une boule et on observe sa couleur.

Propose un évènement dont...

a. la probabilité est $\frac{3}{10}$;

....

b. la probabilité est $\frac{1}{5}$;

....

c. la probabilité est $\frac{1}{2}$.

....