

# CHAPITRE 6 – PYRAMIDES ET CÔNES

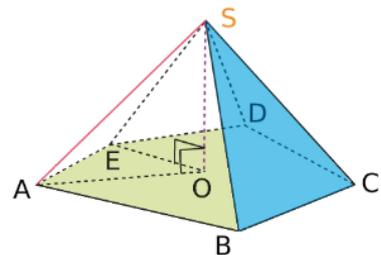
## 1) Les pyramides

### 1) Définition et représentation

**Définition :** Une *pyramide* est un solide dont :

- Une des faces est un polygône appelé la *base*.
- Les autres faces sont des triangles qui ont un sommet commun, appelé le *sommet de la pyramide*. On les appelle les *faces latérales*.
- Le segment perpendiculaire à la base et passant par le sommet de la pyramide est appelé *hauteur* de la pyramide.

**Exemple :** Le **sommet** de cette pyramide est le point **S**.  
La **base** de cette pyramide est le pentagone **ABCDE**.  
Les **faces latérales** sont les triangles :  
SAB, **SBC**, SCD, SDE, SEA.  
Les **arêtes latérales** sont les segments :  
**[AS]**, [BS], [CS], [DS], [ES].  
La **hauteur** de la pyramide est le segment **[OS]**.



**Remarque :** La longueur des arêtes n'est pas nécessairement identique, mais si tel est le cas, on dit que la pyramide est *régulière*.

**Vocabulaire :** La façon de représenter un solide en trois dimensions sur une feuille se nomme la *perspective cavalière*. Les règles suivantes sont à respecter pour dessiner un solide dans un plan :

- Les arêtes visibles sont représentées en trait plein, celles non visibles sont représentées en traits pointillés.
- Deux droites parallèles sur le solide doivent être parallèles sur le dessin.
- Trois points alignés sur le solide doivent être alignés sur le dessin.

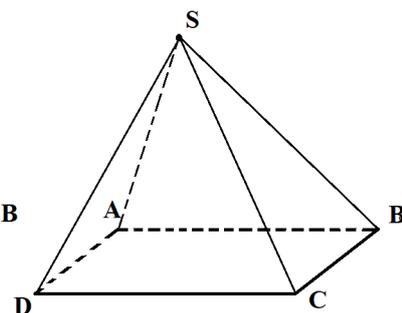
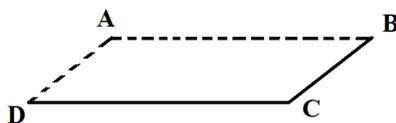
**Méthode :** Observons la méthode de tracé d'une pyramide. Pour l'exemple, elle sera à base rectangulaire, mais cette méthode est valable pour tout type de base.

1) Tracer la base. Dans notre exemple, si la base est rectangulaire, on tracera un parallélogramme. Attention aux arêtes en pointillés.

2) Placer le sommet à proximité de la base

S

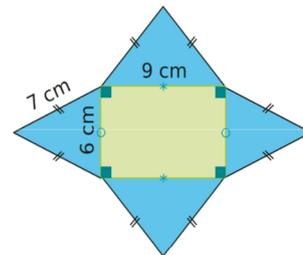
3) Relier chaque sommet de la base au sommet placé juste avant.



### 2) Patron

**Définition :** Construire un *patron* d'un solide c'est construire une figure, qui une fois découpée et pliée, permet de former la figure en trois dimensions.

**Exemple :** Un patron d'une pyramide à base rectangulaire. On voit que les côtés du rectangle font  $9\text{cm}$  et  $6\text{cm}$ , et que la longueur d'une arête est  $7\text{cm}$ . On tracera d'abord le rectangle, puis les triangles au compas.



**Vidéo :** Réaliser le patron d'une pyramide  
[https://www.youtube.com/watch?v=GXkxA\\_A44A&list=PLVUDmbpupCagMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=2](https://www.youtube.com/watch?v=GXkxA_A44A&list=PLVUDmbpupCagMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=2)

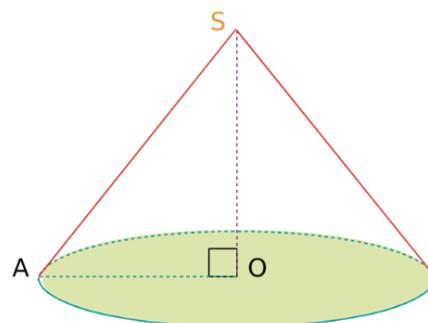
## II) Les cônes

### 1) Définition et représentation

**Définition :** Un *cône de révolution* est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit. Il est composé :

- La *base* d'un cône est un disque.
- La *surface latérale* du cône est la portion de disque enroulée autour de sa base.
- La *hauteur* du cône est le segment reliant perpendiculairement son sommet à sa base.
- Le segment reliant le sommet du cône à un point de la base est appelé la *génératrice*.

**Exemple :** Le **sommet** du cône est le point  $S$ .  
 La **base** de ce cône est le **disque de centre  $O$**  : on la représente en perspective par un ovale (une ellipse) car elle n'est pas vue de face.  
 La **hauteur** du cône est le segment  $[OS]$ .  
 Le triangle  $AOS$ , rectangle en  $O$ , génère le cône en tournant autour de  $(OS)$ .  
 Une **génératrice** du cône est  $[SA]$ .



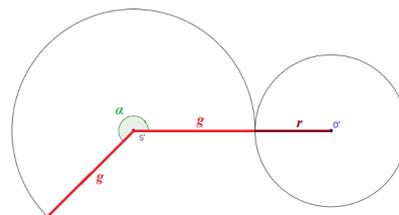
**Remarque :** Pour représenter un cône en perspective cavalière, la base que l'on dessinera sera ovale. Les règles de perspectives sont les mêmes que celles énoncées dans la section précédente.

### 2) Patron

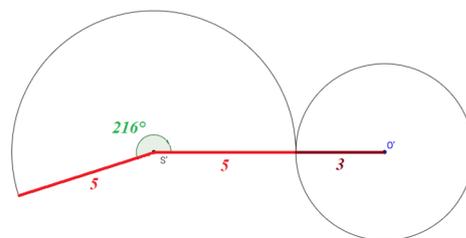
Créer un patron de cône demande plus de travail qu'un patron de pyramide. Il s'agit en réalité de créer deux pièces : un disque, qui sert de base au cône, un pièce que l'on appelle un secteur angulaire, que l'on enveloppera autour de la base pour simuler le cône. Pour dessiner le patron, seule deux données sont nécessaires : le rayon  $r$  de la base et la longueur  $g$  de la génératrice.

**Méthode :** Pour tracer un patron de cône.

- 1) Tracer un cercle de rayon  $r$  qui servira de base au cône.
- 2) La valeur de l'angle à l'intérieur du secteur angulaire vaut  $\alpha = \frac{360 \times r}{g}$  (par proportionnalité avec les  $360^\circ$  de la base)
- 3) Réaliser un angle de mesure  $\alpha$  dont les deux côtés mesurent  $g$ .



**Exemple :** Si le cône possède un rayon de 3cm et une génératrice de 5cm, alors l'angle nécessaire à la réalisation du secteur angulaire sera égal à  $\alpha = \frac{360 \times 3}{5} = 216^\circ$



**Vidéo :** Réaliser le patron d'un cône  
<https://www.youtube.com/watch?v=hepr9p3Svbw&list=PLVUDmbpupCagMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=8>

### III) Volumes

Comme la base d'une pyramide peut varier, on rappelle les différentes formules pour calculer l'aire des différentes figures planes usuelles. On a la liste suivante :

**Rappels :**

- Carré :  $Aire = c\hat{o}t\acute{e} \times c\hat{o}t\acute{e}$
- Rectangle :  $Aire = longueur \times largeur$
- Cercle de rayon  $r$  :  $Aire = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$
- Triangle ABC :  $Aire = \frac{base \times hauteur}{2}$

On peut alors donner une propriété générale sur les volumes des cones et pyramides :

**Propriété :** Le volume d'une pyramide ou d'un cône est donné par :  $Vol = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$

**Exemples :**

► On souhaite calculer le volume d'une pyramide de hauteur 2,50 m ayant pour base un rectangle de dimensions 4 m et 4,20 m.

$\mathcal{A} = L \times l = 4 \times 4,2 = 16,8\ m^2$

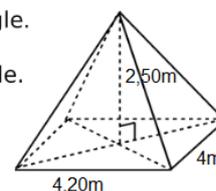
→ On calcule l'aire de la base : c'est un rectangle.

$\mathcal{V} = \frac{Aire\ de\ la\ base \times Hauteur}{3}$

→ On écrit la formule du volume d'une pyramide.

$\mathcal{V} = \frac{16,8 \times 2,5}{3} = 14\ m^3$

→ On remplace par les valeurs numériques.



Donc le volume de la pyramide est 14 m<sup>3</sup>.

**Exemple 2 :**

► On souhaite calculer le volume d'un cône de révolution de hauteur 25 cm ayant pour base un disque de rayon 9 cm.

$\mathcal{A} = \pi \times r^2 = \pi \times 9^2 = 81\ \pi\ cm^2$

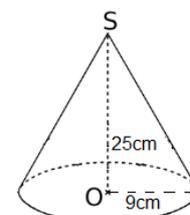
→ On calcule l'aire de la base : c'est un disque de rayon 9 cm.

$\mathcal{V} = \frac{Aire\ de\ la\ base \times Hauteur}{3}$

→ On écrit la formule du volume du cône.

$\mathcal{V} = \frac{81\ \pi \times 25}{3} = 27\ \pi \times 25 = 675\ \pi\ cm^3$

→ On remplace par les valeurs numériques et on termine le calcul.



**Remarque :** Si les énoncés ne les prévoient pas, ne pas hésiter à faire des croquis des solides, en perspective cavalière, afin d'y placer les mesures et d'y voir plus clair.

**Vidéos :** Calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône.  
<https://www.youtube.com/watch?v=RzIJ5Fq2fiU&list=PLVUDmbpupCagMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=3>  
 Calculer le volume d'une pyramide  
[https://www.youtube.com/watch?v=KKon\\_cIVd9k&list=PLVUDmbpupCagMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=4](https://www.youtube.com/watch?v=KKon_cIVd9k&list=PLVUDmbpupCagMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=4)  
 Calculer le volume d'un cône  
<https://www.youtube.com/watch?v=kMssaNRPXz8&list=PLVUDmbpupCagMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=5>

EXERCICE : Effectuer des calculs de volume

<https://www.youtube.com/watch?v=CwfkqtqHIGI&list=PLVUDmbpupCaqMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=6>

Le cours : Pyramides et cônes.

<https://www.youtube.com/watch?v=2FH1GM2Nuk4&list=PLVUDmbpupCaqMelxMeRtoNk-N5Gnlx39&index=1>

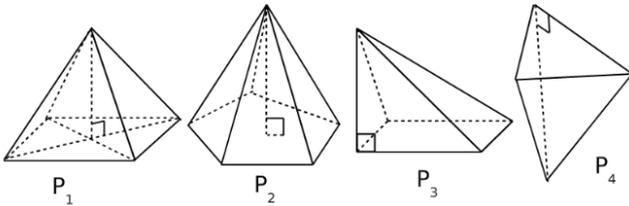
**EXERCICES – CHAPITRE 6**

**D) Pyramides, p.115, 116, 117**

**1** Pyramide

a. Pour chaque pyramide, colorie...

- en bleu, son sommet ;
- en vert, ses arêtes latérales ;
- en rouge, sa hauteur ;
- en jaune, le polygone représentant sa base.



b. Complète alors le tableau.

| Nom                    | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Nb de côtés de la base |                |                |                |                |
| Nombre de faces        |                |                |                |                |
| Nombre d'arêtes        |                |                |                |                |
| Nombre de sommets      |                |                |                |                |

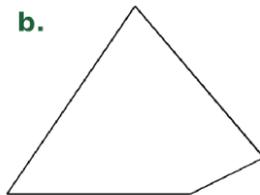
**2** Complète les dessins suivants pour obtenir...

- a. une pyramide à base triangulaire ;
- b. une pyramide à base carrée.

a.



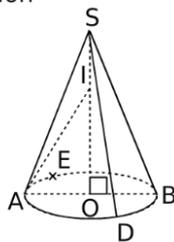
b.



**5** Cône de révolution

a. En considérant le cône de révolution représenté ci-contre, nomme...

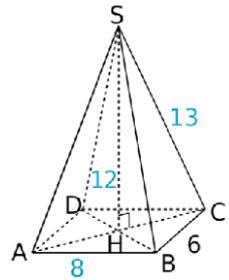
- son sommet : .....
- le centre de sa base : .....
- un diamètre de sa base : .....
- sa hauteur : .....
- trois génératrices : .....



**4** SABCD est une pyramide à base rectangulaire dont les faces latérales sont des triangles isocèles.

a. À l'aide du dessin, nomme...

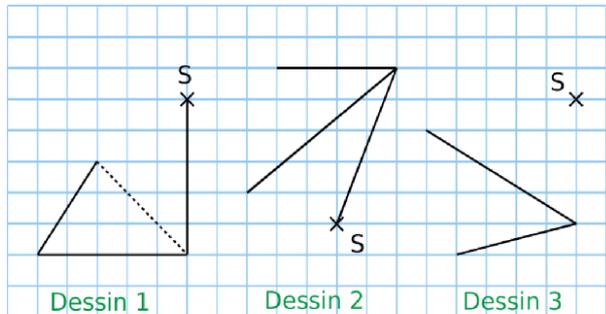
- son sommet : .....
- sa hauteur : .....
- sa base : .....
- ses arêtes latérales : .....
- ses faces latérales : .....



b. Déduis-en les longueurs suivantes.

| AD | CD | SH | SA | SB | SD |
|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    |    |    |    |

**3** Complète les dessins ci-dessous pour obtenir des représentations, en perspective cavalière, d'une pyramide de sommet S à base triangulaire.



b. Quelle est la nature du triangle SAD ?

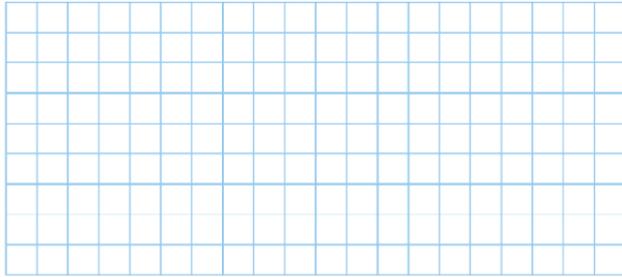
.....

c. Quelle est la nature du triangle SOD ?

.....

d. Cite toutes les longueurs égales à OA.

.....



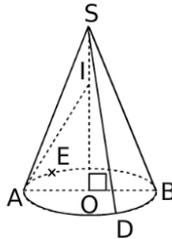
**4** Représente, en perspective cavalière, un cône de révolution de hauteur 3,4 cm et dont le rayon de la base est 2 cm.  
En perspective cavalière, la base d'un cône de révolution est représentée par .....

## II) Cônes, p.115, 116, 117

### 5 Cône de révolution

a. En considérant le cône de révolution représenté ci-contre, nomme...

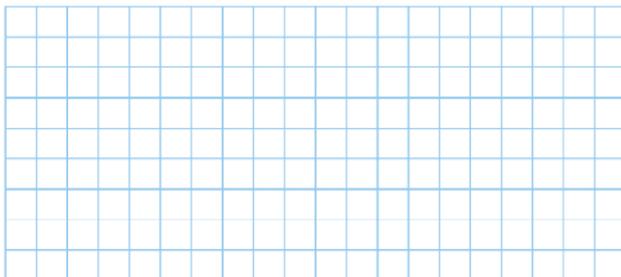
- son sommet : .....
- le centre de sa base : .....
- un diamètre de sa base : .....
- sa hauteur : .....
- trois génératrices : .....



b. Quelle est la nature du triangle SAD ?

c. Quelle est la nature du triangle SOD ?

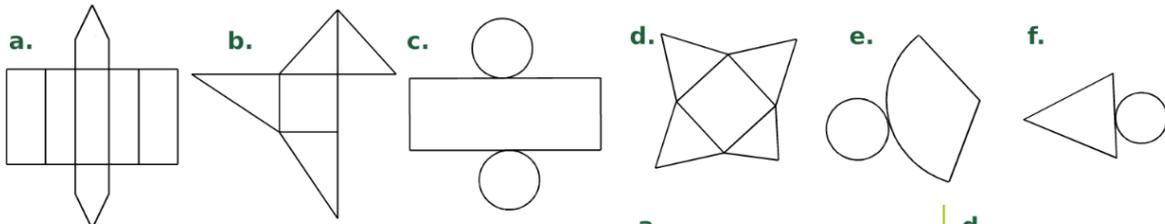
d. Cite toutes les longueurs égales à OA.



**4** Représente, en perspective cavalière, un cône de révolution de hauteur 3,4 cm et dont le rayon de la base est 2 cm.  
En perspective cavalière, la base d'un cône de révolution est représentée par .....

## III) Volumes, p.119

**1** Parmi les figures ci-dessous, barre les patrons qui ne sont pas corrects.



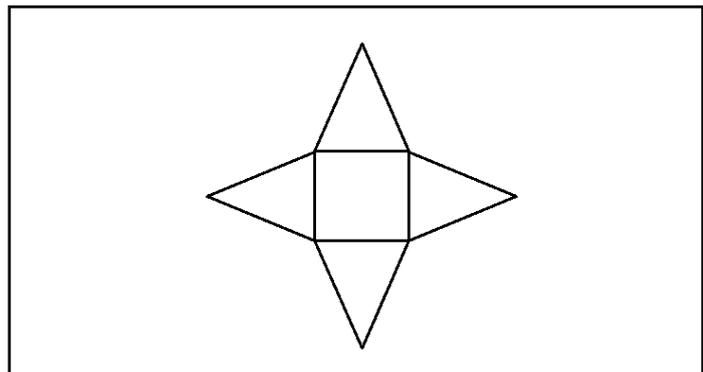
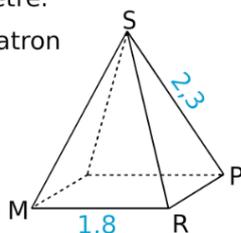
Associe ensuite les patrons restants aux noms des solides suivants : prisme droit, pyramide, cône de révolution et cylindre de révolution.

- |         |         |
|---------|---------|
| a. .... | d. .... |
| b. .... | e. .... |
| c. .... | f. .... |

### 4 Pyramide à base carrée

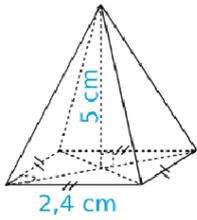
SMNPR est une pyramide régulière à base carrée. L'unité est le centimètre.

Trace ci-dessous le patron de cette pyramide.



**3** Pour chaque pyramide, colorie la base, et repasse en couleur une hauteur. Puis complète les calculs pour déterminer le volume.

**a.**



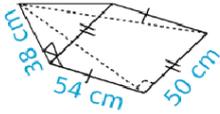
Aire de la base :

$$\dots \times \dots = \dots \text{ cm}^2$$

Volume :

$$\frac{\dots \times \dots}{3} = \dots \text{ cm}^3$$

**b.**



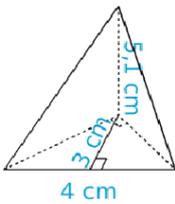
Aire de la base :

.....

Volume :

.....

**c.**



Aire de la base :

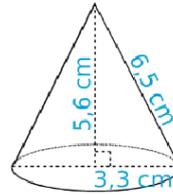
.....

Volume :

.....

**4** Complète les calculs pour déterminer le volume exact de chaque cône de révolution.

**a.**



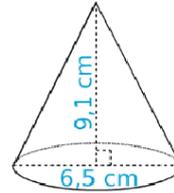
Aire de la base :

$$\pi \times \dots^2 = \dots \times \pi \text{ cm}^2$$

Volume du cône de révolution :

$$\frac{\dots \times \dots \times \pi}{3} = \dots \text{ cm}^3$$

**b.**



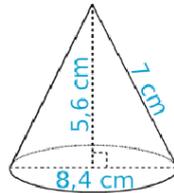
Aire de la base :

.....

Volume du cône de révolution :

.....

**c.**



Aire de la base :

.....

Volume du cône de révolution :

.....