

CHAPITRE 4 – FRACTIONS

I) Fractions et nombres

Les fractions ont jusqu'à présent été vues majoritairement pour représenter des partages de quantités. Nous les avons également comparées en les plaçant sur des droites graduées ou avec des règles simples. Mais on peut également les comparer en se rappelant que derrière toute fraction se cache une division, et en comparant le nombre obtenu.

Définition : On considère a et b deux nombres entiers ou décimaux, où b est différent de 0.

- Le quotient de a par b est le résultat de la division de a par b . On le note $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$.
- L'écriture $\frac{a}{b}$ s'appelle une *fraction* et on dit que le nombre $\frac{a}{b}$ est un *nombre rationnel*.

Rappel : Dans l'écriture $\frac{a}{b}$, a s'appelle le *numérateur* et b le *dénominateur*.

Exemples : Un nombre rationnel peut être un nombre entier. $\frac{21}{7}=3$	Un nombre rationnel peut être un nombre décimal. $\frac{3}{2}=1,5$	Un nombre rationnel peut être ni l'un, ni l'autre. $\frac{1}{3}=0,3333\dots$
---	---	---

Remarque : Ceci signifie que les fractions nous permettent d'écrire plus aisément une certaine famille de nombres : elles proposent une écriture pour certains "décimaux qui ne se finissent pas".

Exemples : $\frac{2}{3}=0,666\dots$; $\frac{1}{9}=0,1111\dots$; Mais $\pi=3,1415926\dots$ ne peut s'écrire avec une fraction.

Propriété : $\frac{a}{b}$ est le nombre qui donne a si on le multiplie par b : $\frac{a}{b} \times b = a$

Exemples : $\frac{7}{3} \times 3 = 7$; $\frac{6}{2} \times 2 = 3 \times 2 = 6$; $9 \times \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1$

Vidéos :

Résoudre un problème avec des fractions

https://www.youtube.com/watch?v=qm8YLSWtGXQ&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=1

Donner l'écriture décimale d'un quotient

https://www.youtube.com/watch?v=L7AW1Kmx8y8&list=PLVUDmbpupCarT6HTzePVNnb_VtKNmp1zu&index=2

Calculer une fraction d'une quantité

https://www.youtube.com/watch?v=Q5nNel8scIw&list=PLVUDmbpupCarT6HTzePVNnb_VtKNmp1zu&index=5

II) Manipulations de fractions

1) Réduction au même dénominateur, fractions égales.

Il est essentiel de savoir manipuler les fractions et les opérations autorisées sur ces dernières afin de bien préparer le contenu de l'année suivante. Les fractions ont une part importante dans l'année de 4^{ème} et l'année de 5^{ème} sert à poser de bonnes bases. La propriété essentielle est celle qui suit :

Propriété : On ne change pas la valeur d'un nombre rationnel (d'une fraction) si on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

Exemple : $\frac{5}{3} = \frac{5 \times 6}{3 \times 6} = \frac{30}{18}$, $\frac{25}{35} = \frac{25 \div 5}{35 \div 5} = \frac{5}{7}$.

2) Simplifier une fraction

Définition : Lorsque l'on divise les nombres dans une fraction, on dit que l'on *simplifie* la fraction.

Exemple : Ainsi, on a ici simplifié $\frac{25}{35}$ par 5 dans l'exemple précédent, et on a obtenu $\frac{5}{7}$.

Remarque :

- Les entiers sont des rationnels dont le dénominateur vaut 1 : $\frac{17}{1} = 17$, $\frac{31}{1} = 31$.
- Une fraction dont le numérateur vaut 0 est égale à 0 : $\frac{0}{17} = \frac{0}{35} = 0$
- Pour simplifier une fraction, il faut trouver un diviseur commun au numérateur et au dénominateur (voir *Chapitre 2 - Arithmétique*)

Vidéos :

Modifier une fraction (1)

https://www.youtube.com/watch?v=Ate81v_xUiY&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=3

Modifier une fraction (2)

https://www.youtube.com/watch?v=I7orbsqx9U&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=4

EXERCICE : Modifier une fraction (1)

https://www.youtube.com/watch?v=hthVBH2w7dA&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=5

EXERCICE : Modifier une fraction (2)

https://www.youtube.com/watch?v=tB5rr0s4Pvo&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=6

Déterminer des fractions égales

https://www.youtube.com/watch?v=6AiX2Dul03Q&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=8

Simplifier une fraction (1)

https://www.youtube.com/watch?v=g5oV2wC6RfU&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=9

Simplifier une fraction (2)

https://www.youtube.com/watch?v=6ce96Tze9nI&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=10

III) Comparer des fractions

Lorsque deux fractions sont présentes devant nous, il est utile de savoir les comparer. Pour comparer deux fractions, on utilise les règles de comparaisons suivantes :

Propriété : Si les deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande fraction est celle ayant le plus grand numérateur.

Exemple : $\frac{5}{3} < \frac{7}{3}$ car $5 < 7$, $\frac{6}{7} > \frac{2}{7}$ car $6 > 2$

Remarque : Si les deux fractions ne rentrent dans aucun des cas précédents, on les réduit au même dénominateur par la méthode vue dans le paragraphe précédent puis on les compare à l'aide de la propriété ci-dessus.

Exemple : Comparer $\frac{7}{4}$ et $\frac{9}{5}$. On a $\frac{7}{4} = \frac{7 \times 5}{4 \times 5} = \frac{35}{20}$ et $\frac{9}{5} = \frac{9 \times 4}{5 \times 4} = \frac{36}{20}$, donc $\frac{7}{4} < \frac{9}{5}$ car $\frac{35}{20} < \frac{36}{20}$

Remarque : On a pris 20 car c'est le plus petit multiple commun de 4 et 5 (voir *Chapitre 2 - Arithmétique*).

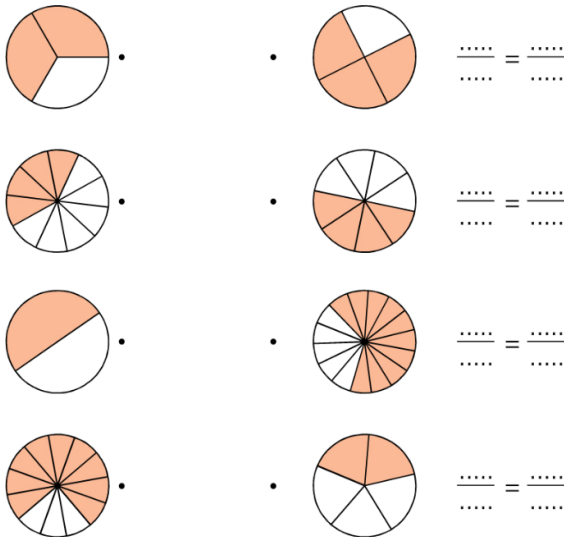
Vidéos :	Mettre deux fractions au même dénominateur
https://www.youtube.com/watch?v=B48IJDuyACg&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=11	Comparer les fractions
https://www.youtube.com/watch?v=MVnogrTAGy0&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=12	EXERCICE : Comparer les fractions
https://www.youtube.com/watch?v=ZNSUFQyiYIU&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=13	Ranger dans l'ordre des fractions
https://www.youtube.com/watch?v=zzRX2N3o6xM&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=14	Encadrer une fraction par deux entiers
https://www.youtube.com/watch?v=_R61vSYURZQ&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=15	

EXERCICES – CHAPITRE 4

II) Manipulation de fractions

1) Réduction au même dénominateur, fractions égales p26, 27, 28

1 Relie les figures dont les proportions de surface coloriées sont égales. Écris alors les égalités de fractions correspondantes.



2 Écris cinq fractions égales à...

a. $\frac{1}{2} = \dots\dots\dots$

b. $\frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

c. $\frac{11}{3} = \dots\dots\dots$

d. $\frac{7}{8} = \dots\dots\dots$

e. $\frac{4}{10} = \dots\dots\dots$

f. $1 = \dots\dots\dots$

g. $7 = \dots\dots\dots$

4 Complète les pointillés.

a. $\frac{1}{5} = \frac{\dots\dots}{25}$	b. $\frac{7}{8} = \frac{\dots\dots}{72}$	c. $\frac{1}{10} = \frac{14}{\dots\dots}$
--	--	---

1 Complète.

a. $\frac{2}{3} = \frac{\dots\dots}{24}$ c. $\frac{1}{9} = \frac{\dots\dots}{18}$ e. $7 = \frac{7}{1} = \frac{\dots\dots}{6}$

b. $\frac{3}{9} = \frac{\dots\dots}{81}$ d. $\frac{9}{6} = \frac{\dots\dots}{24}$ f. $3 = \frac{3}{1} = \frac{\dots\dots}{15}$

d. $\frac{5}{6} = \frac{\dots}{42}$ 	e. $\frac{11}{9} = \frac{66}{\dots}$ 	f. $\frac{3}{5} = \frac{15}{\dots}$
g. $\frac{2}{11} = \frac{\dots}{121}$ 	h. $1 = \frac{17}{\dots}$ 	i. $5 = \frac{\dots}{4}$

3 Colorie d'une même couleur les cases égales.

$\frac{5}{4}$	$\frac{54}{45}$	$\frac{28}{42}$	$\frac{12}{15}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{9}{8}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{50}{40}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{27}{54}$
$\frac{36}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{5}$	9

Quel est le nombre de la case non coloriée ?

5 Dans chaque liste de fractions ci-dessous, se cache un intrus. Entoure-le.

- a.** $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{10}{40}$ $\frac{5}{20}$
- b.** $\frac{4}{9}$ $\frac{10}{15}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{50}{75}$ $\frac{14}{21}$
- c.** $\frac{2}{11}$ $\frac{10}{55}$ $\frac{20}{110}$ $\frac{22}{4}$ $\frac{6}{33}$

7 Complète.

- a.** $\frac{4}{5} = \frac{\dots}{25} = \frac{16}{\dots}$
- b.** $\frac{2}{7} = \frac{20}{\dots} = \frac{\dots}{70}$
- c.** $\frac{1}{4} = \frac{\dots}{444} = \frac{17}{\dots}$
- d.** $\frac{2}{13} = \frac{50}{\dots} = \frac{\dots}{169}$

2) Simplifications de fractions, p.30

$\frac{7}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{1}{8}$
$\frac{10}{20}$	$\frac{63}{49}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{18}{27}$	$\frac{50}{10}$	$\frac{40}{50}$
8	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	6	$\frac{2}{3}$
$\frac{15}{20}$	$\frac{14}{4}$	$\frac{9}{90}$	$\frac{35}{28}$	$\frac{80}{10}$	$\frac{63}{14}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{4}$	5	$\frac{1}{10}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{9}{2}$
$\frac{30}{5}$	$\frac{27}{9}$	$\frac{2}{14}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{14}{6}$	$\frac{25}{10}$

$\frac{1}{4}$	$\frac{8}{64}$						

1 Tu dois placer les dominos dans le parcours en les recopiant, sachant qu'un domino ne peut servir qu'une seule fois.

4 Voici les diviseurs de quelques nombres.

	Liste des diviseurs
60	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.
72	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72.
78	1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 13 ; 26 ; 39 ; 78.
90	1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 15 ; 18 ; 30 ; 45 ; 90.
96	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 32 ; 48 ; 96.

Simplifie chaque fraction par le plus grand diviseur commun au numérateur et au dénominateur.

- a.** $\frac{90}{60} = \dots\dots\dots$
- b.** $\frac{72}{78} = \dots\dots\dots$
- c.** $\frac{96}{72} = \dots\dots\dots$
- d.** $\frac{60}{96} = \dots\dots\dots$
- e.** $\frac{72}{90} = \dots\dots\dots$
- f.** $\frac{60}{72} = \dots\dots\dots$
- g.** $\frac{96}{78} = \dots\dots\dots$

III) Comparaisons de fractions, p.31, 32, 33

1 Entoure...

- en vert, les fractions inférieures à 1 ;
- en bleu, les fractions égales à 1 ;
- en rouge, les fractions supérieures à 1.

$$\frac{28}{13} \quad \frac{129}{129} \quad \frac{285\ 698}{286\ 598} \quad \frac{1\ 287}{128}$$

$$\frac{61}{61} \quad \frac{9\ 002}{9\ 020} \quad \frac{28}{10} \quad \frac{32}{320} \quad \frac{10}{8}$$

2 On propose de comparer les deux fractions :

$$A = \frac{128}{157} \text{ et } B = \frac{172}{113}$$

a. Compare les fractions A et B à 1.

$$A \dots\dots 1 \quad \text{et} \quad B \dots\dots 1$$

b. Déduis-en A B.

3 Compare les fractions ci-dessous.

a. $\frac{9}{4}$ et $\frac{6}{2}$

b. $\frac{8}{9}$ et $\frac{2}{3}$

a.

b.

c. $\frac{45}{16}$ et $\frac{10}{4}$

d. $\frac{35}{63}$ et $\frac{5}{7}$

c.

d.

2 Rangement de fractions

a. Réduis les fractions au même dénominateur.

$$A = \frac{1}{2} \quad B = \frac{2}{3} \quad C = \frac{5}{6} \quad D = \frac{5}{12} \quad E = \frac{7}{24}$$

$$A = \frac{\dots\dots}{24} \quad B = \frac{\dots\dots}{24} \quad C = \frac{\dots\dots}{24} \quad D = \frac{\dots\dots}{24} \quad E = \frac{\dots\dots}{24}$$

3 Dans chaque cas, compare les deux fractions en comparant chacune d'elle à 1.

a. $\frac{154}{125}$ $\frac{158}{189}$

b. $\frac{678}{987}$ $\frac{998}{679}$

c. $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{4}$

d. 6 $\frac{1}{6}$

e. $\frac{589}{598}$ $\frac{352}{325}$

f. $\frac{15}{15}$ $\frac{60}{51}$

g. $\frac{320}{130}$ $\frac{32}{13}$

h. $\frac{11}{11}$ $\frac{1\ 001}{1\ 010}$

2 Dans chaque cas, compare les deux fractions, en les réduisant d'abord au même dénominateur.

a. $\frac{2}{3}$ et $\frac{9}{12}$

$$\frac{2}{3} = \frac{\dots\dots}{12} ; \text{ or } \frac{\dots\dots}{12} \dots\dots \frac{9}{12} \text{ donc } \frac{2}{3} \dots\dots \frac{9}{12}$$

b. $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{25}$

$$\frac{1}{5} = \frac{\dots\dots}{25} ; \text{ or } \frac{\dots\dots}{25} \dots\dots \frac{4}{25} \text{ donc } \frac{1}{5} \dots\dots \frac{4}{25}$$

c. $\frac{25}{36}$ et $\frac{6}{9}$

d. $\frac{19}{7}$ et 3

c.

d.

b. Range les fractions de même dénominateur dans l'ordre croissant.

.....

c. Déduis-en le classement des fractions initiales dans l'ordre croissant.

.....