

CHAPITRE 5 – MULTIPLICATION ET DIVISION DE FRACTIONS

1) Multiplications de fractions

1) Règle pour la multiplication

Propriété : Pour multiplier deux fractions entre-elles, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Précisément, si a, b, c, d sont des nombres relatifs et b et d sont non-nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Particulièrement, si on multiplie la fraction par un nombre relatif c , alors :

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a}{b} \times \frac{c}{1} = \frac{a \times c}{b \times 1} = \frac{a \times c}{b}$$

Exemple : $\frac{7}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{7 \times 5}{2 \times 4} = \frac{35}{8}$; $\frac{-2}{3} \times \frac{1}{-4} = \frac{-2 \times 1}{3 \times (-4)} = \frac{-2}{-12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$; $\frac{3}{11} \times 7 = \frac{3}{11} \times \frac{7}{1} = \frac{3 \times 7}{11 \times 1} = \frac{21}{11}$

Remarque : On rappelle que "prendre une fraction" d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par la fraction souhaitée. Par exemple, "prendre les 3 cinquièmes" de 6,5L, c'est multiplier 6,5L par $\frac{3}{5}$.

Ainsi cela revient à prendre : $\frac{3}{5} \times 6,5 = \frac{3}{5} \times \frac{5}{1} = \frac{19,5}{5} = 3,9 \text{ L}$

Vidéos :

Effectuer des multiplications de fractions (1)

https://www.youtube.com/watch?v=j27kXXrw3Xk&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=9

Effectuer des multiplications de fractions (2)

https://www.youtube.com/watch?v=gReBtrld7xU&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=10

Effectuer des multiplications de fractions avec relatifs

https://www.youtube.com/watch?v=9nwZMLmoag8&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=12

EXERCICE : Effectuer des multiplications de fractions avec relatifs

https://www.youtube.com/watch?v=EdHRRZJI0SA&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=12

2) Simplification de fractions

On rappelle que simplifier une fraction, c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre (le plus grand diviseur commun en général) afin d'obtenir une fraction égale dont les nombres sont plus petits, et par conséquents plus manipulables.

Exemple : $\frac{32}{14} = \frac{32 \div 2}{14 \div 2} = \frac{16}{7}$ car 2 est le plus grand diviseur commun à 32 et 14.
 $\frac{12}{36} = \frac{12 \div 12}{36 \div 12} = \frac{1}{3}$ car 12 est le plus grand diviseur commun à 12 et 36.

Il est possible de faire des simplifications successives si l'on ne trouve pas directement le plus grand diviseur commun des deux nombres.

Exemple : $\frac{120}{96} = \frac{120 \div 2}{96 \div 2} = \frac{60}{48} = \frac{60 \div 2}{48 \div 2} = \frac{30}{24} = \frac{30 \div 6}{24 \div 6} = \frac{5}{4}$

Remarque : On peut alors déterminer le plus grand diviseur commun des deux nombres de départ en multipliant les nombres par lesquels on a simplifié successivement. Ici, c'est $2 \times 2 \times 6 = 24$.

Arrive nécessairement un moment où l'on ne peut plus trouver de diviseurs communs (hormis 1 !) au numérateur et au dénominateur. On a alors la définition suivante.

Définition : Si une fraction ne peut plus être simplifiée, on dit qu'elle est *irréductible*.

Exemple : Vus précédemment, $\frac{16}{7}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{5}{4}$ sont irréductibles.

Cependant, la simplification peut parfois s'effectuer avant le calcul, et c'est notamment le cas lorsque l'on multiplie des fractions entre elles.

Propriété : Dans un produit de fractions, il est possible de simplifier le numérateur d'une fraction avec le dénominateur d'une autre fraction.

Exemples :

- $\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$ On simplifie les 3 ensemble, les 5 ensemble, les 6 ensemble.
- $\frac{10}{6} \times \frac{3}{15} \times \frac{9}{4} = \frac{2}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ Ici, on simplifie d'abord 10 et 15 ensemble, puis 3 et 6 ensemble. On se rend compte après simplification qu'un 2 apparaît au numérateur et au dénominateur (2 sur 2), la fraction vaudra donc 1. Reste un produit de fractions, qui est encore simplifiable par 3, avant d'obtenir le résultat final.

Vidéos : Trouver des fractions égales

https://www.youtube.com/watch?v=6AiX2DuI03Q&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=7

Simplifier une fraction (1)

https://www.youtube.com/watch?v=g5oV2wC6RfU&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=8

Simplifier une fraction (2)

https://www.youtube.com/watch?v=6ce96Tze9nI&list=PLVUDmbpupCaorU_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=9

II) Divisions de fractions

1) Inverse d'un nombre

Définition : Deux nombres non-nuls dont le produit vaut 1 sont dit *inverses* l'un de l'autre.

Exemples :

- $2 \times 0,5 = 1$ donc 2 et 0,5 sont inverses l'un de l'autre.
- $-10 \times (-0,1) = 1$ donc -10 et -0,1 sont inverses l'un de l'autre.

Si l'on observe les deux exemples précédents, on peut se rappeler que $0,5 = \frac{1}{2}$ et que $-0,1 = \frac{1}{-10}$, si bien que $2 \times \frac{1}{2} = 1$ et $-10 \times \frac{1}{-10} = 1$. On déduit alors la propriété suivante :

Propriété : L'inverse de tout nombre relatif x non-nul est $\frac{1}{x}$.

Exemples : L'inverse de 7 est $\frac{1}{7}$, celui de -3 est $\frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$. 0,25 est celui de 4 car $\frac{1}{4} = 0,25$

Propriété : Pour a et b relatifs non-nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$. En effet $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{ab}{ab} = 1$

Exemples : L'inverse de $\frac{3}{7}$ est $\frac{7}{3}$, celui de $\frac{1}{13}$ est $\frac{13}{1} = 13$

ATTENTION : Même si en français, les termes "*inverse*" et "*opposé*" sont fréquemment utilisés pour la même raison, il n'en est rien en mathématiques. Les deux ont une signification bien différente. On rappelle, si besoin, que l'opposé d'un nombre est le nombre composé de la même partie numérique et de signe contraire au nombre de départ (ex : 3 et -3 ; -7,2 et 7,2 ; etc.)

Vidéo : Déterminer l'inverse d'un nombre
https://www.youtube.com/watch?v=0rn5R3-vutQ&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=13

2) Règle pour la division

Propriété : Diviser un quotient par un nombre relatif ou par une fraction revient à le multiplier par l'inverse du nombre ou de la fraction.

Exemples : $\frac{6}{11} \div 2 = \frac{6}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{22}$; $\frac{-5}{4} \div \frac{9}{7} = \frac{-5}{4} \times \frac{7}{9} = \frac{-5 \times 7}{4 \times 9} = \frac{-35}{36}$; $-\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} = -\frac{1}{3} \times \frac{9}{1} = -\frac{9}{3} = -3$

Vidéos : Effectuer des divisions de fractions
https://www.youtube.com/watch?v=7_hZWOoMBSA&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=14
 Effectuer des divisions de fractions
https://www.youtube.com/watch?v=jRgzBx3Fziw&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=15

Il est maintenant possible d'effectuer des calculs avec les quatre opérations. On pensera à bien respecter les priorités opératoires lorsqu'on calcule et on pourra simplifier les fractions au fur et à mesure pour travailler avec de petits nombres.

Exemples :

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{1}{2} + \frac{18}{20} = \frac{10}{20} + \frac{18}{20} = \frac{28}{20} = \frac{7}{5} \quad (\text{opération prioritaire, réd. au même dénominateur})$$

$$\left(\frac{9}{4} - \frac{7}{3}\right) \div \frac{5}{2} = \left(\frac{27}{12} - \frac{28}{12}\right) \div \frac{5}{2} = \frac{-1}{12} \div \frac{5}{2} = \frac{-1}{12} \times \frac{2}{5} = \frac{-1}{6} \times \frac{1}{5} = -\frac{1}{30} \quad (\text{simplifications})$$

Vidéos : Le cours : Les fractions – complet
https://www.youtube.com/watch?v=a0Qb812W75c&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc
 Effectuer des calculs mêlés des fractions (1)
https://www.youtube.com/watch?v=1NnAEFQ0dgE&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=17
 Effectuer des calculs mêlés des fractions (2)
https://www.youtube.com/watch?v=gReBtrld7xU&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=9
 EXERCICE : Effectuer des calculs mêlés des fractions
https://www.youtube.com/watch?v=KESHPTVPqCs&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=18
 Résoudre un problème à l'aide de fractions
https://www.youtube.com/watch?v=wkimwCoejZ4&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=19
 Calculer avec des fractions – Tutoriel Casio
https://www.youtube.com/watch?v=Y2caTWP5sqg&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=20
 Calculer avec des fractions – Tutoriel T.I.
https://www.youtube.com/watch?v=_l8Mm6Unb04&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88_ytmvpc&index=22

EXERCICES – CHAPITRE 5

I) Multiplications de fractions

1) Règle pour la multiplication, p.32

1 Complète les calculs suivants en utilisant la règle de multiplication.

$$A = \frac{4}{3} \times \frac{7}{5}$$

$$A = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots}$$

$$A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \frac{5}{8} \times \frac{9}{8}$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{9}{4}$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$D = \frac{5}{2} \times \frac{7}{6} \times \frac{1}{3}$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

3 Même énoncé qu'à l'exercice 2.

$$a. \frac{5}{9} \times \frac{8}{3} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$b. \frac{11}{2} \times \frac{3}{14} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$c. \frac{7}{8} \times \frac{1}{10} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$d. \frac{2}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$e. \frac{7}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$f. \frac{6}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$g. \frac{2}{9} \times \frac{4}{11} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$h. \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{\dots}{\dots}$$

2 Calcule mentalement.

$$a. 8 \times \frac{6}{7} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$b. \frac{3}{11} \times 7 = \frac{\dots}{\dots}$$

$$c. 5 \times \frac{13}{6} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$d. \frac{7}{8} \times 10 = \frac{\dots}{\dots}$$

$$e. 6 \times \frac{9}{5} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$f. \frac{11}{9} \times 4 = \frac{\dots}{\dots}$$

$$g. 2 \times \frac{23}{31} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$h. \frac{12}{17} \times 3 = \frac{\dots}{\dots}$$

4 Calcule mentalement en simplifiant.

$$a. \frac{2}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$b. \frac{41}{13} \times \frac{13}{27} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$c. \frac{32}{14} \times \frac{15}{32} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$d. \frac{99}{100} \times \frac{100}{101} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$e. \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$f. \frac{2}{7} \times \frac{7}{11} \times \frac{7}{9} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$g. \frac{17}{23} \times \frac{4}{17} \times \frac{23}{15} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$h. \frac{9}{8} \times \frac{8}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$i. \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{97}{8} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$j. \frac{6}{5} \times \frac{9}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{\dots}{\dots}$$

2) Simplification de fractions, p.33-34

1 Calcule puis donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$$A = \frac{40}{27} \times \frac{36}{25}$$

.....

.....

.....

$$B = \frac{50}{-21} \times \frac{28}{15}$$

.....

.....

.....

$$D = \frac{42}{99} \times \frac{9}{35}$$

.....

.....

.....

$$E = \frac{-32}{45} \times \frac{-63}{16}$$

.....

.....

.....

3 Même énoncé qu'à l'exercice 1.

$$L = \frac{64}{33} \times \frac{77}{72}$$

.....

.....

.....

$$M = \frac{45}{49} \times \frac{35}{54}$$

.....

.....

.....

$$P = \frac{39}{-24} \times \frac{18}{65}$$

.....

.....

.....

$$R = \frac{63}{25} \times \frac{40}{81}$$

.....

.....

.....

$$C = \frac{54}{55} \times \frac{33}{20}$$

$$F = \frac{77}{90} \times \frac{81}{44}$$

$$N = \frac{55}{48} \times \frac{15}{22}$$

$$S = \frac{8}{21} \times \frac{27}{16}$$

4 Place les dominos pour compléter le parcours.

$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{9}$	8	$\frac{14}{15}$	$\frac{31}{14}$
$\frac{5}{3} \times \frac{6}{7}$	$\frac{11}{7} \times \frac{3}{11}$	$\frac{12}{18} \times \frac{15}{20}$	$\frac{14}{3} \times \frac{6}{21}$	$6 \times \frac{5}{14}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{15}{7}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{7}{3} \times \frac{6}{35}$	$\frac{13}{3} \times \frac{5}{39}$	$\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$	$\frac{1}{5} \times \frac{1}{8}$	$\frac{14}{15} \times \frac{3}{2}$
2	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{5}$		
$\frac{31}{22} \times \frac{11}{7}$	$\frac{4}{5} \times \frac{20}{2}$	$\frac{76}{10} \times \frac{15}{57}$		



		$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3} \times \frac{6}{7}$
	Départ				

II) Division de fractions, p.37 à 40

2 Complète les égalités à trous, puis le tableau.

a. $\frac{7}{2} \times \dots = 1$

d. $\frac{1}{17} \times \dots = 1$

b. $\frac{5}{3} \times \dots = 1$

e. $\frac{13}{15} \times \dots = 1$

c. $-\frac{9}{4} \times \dots = 1$

f. $\frac{18}{11} \times \dots = 1$

Nombre	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{18}{11}$
Inverse						

6 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction.

$$A = 5 \div \frac{3}{4}$$

$$C = \frac{13}{11} \div 6$$

$$B = 1 \div \frac{7}{12}$$

$$D = \frac{1}{4} \div (-2)$$

7 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction.

$$E = \frac{5}{7} \div \frac{8}{11}$$

$$H = \frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$$

$$F = \frac{4}{9} \div \frac{1}{4}$$

$$J = -\frac{9}{10} \div \frac{5}{11}$$

$$G = \frac{5}{3} \div \frac{7}{2}$$

$$K = \frac{6}{7} \div \frac{5}{4}$$

3 a) Pour chaque calcul, entoure le signe de l'opération que l'on doit effectuer en premier.

b) En respectant les priorités opératoires, calcule les expressions suivantes.

$$N = \frac{8}{5} + \frac{7}{5} \times \frac{4}{5}$$

$$P = \frac{53}{30} - \left(\frac{3}{10} + \frac{9}{10} \right)$$

$$Q = \frac{7}{6} \div \frac{7}{2} - \frac{3}{2}$$

$$R = \frac{3}{7} + \left(\frac{17}{14} - \frac{23}{28} \right)$$

4 Même consigne que l'exercice précédent

$$W = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \times \frac{16}{9}$$

$$X = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{16}{9}$$

$$Y = \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \div \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$$

$$Z = \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10} \right) \div \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right)$$

1 Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Entoure la bonne réponse.

	A	B	C
a. $\frac{6+3}{7+3}$ est égal à	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{7} + 1$	$\frac{9}{10}$
b. $\frac{3}{2} + \frac{7}{5}$ est égal à	$\frac{10}{7}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{29}{10}$
c. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ est égal à	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1
d. $-\frac{3}{7} + \frac{5}{6}$ est	> 0	< 0	nul
e. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}$ est égal à	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$

f.	$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$ est égal à	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
g.	$\frac{3}{2} + \frac{11}{5} \times \frac{15}{2}$ est égal à	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
h.	$\left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7}\right) \times \frac{1}{2}$ est égal à	$-\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{14}$
i.	$\frac{2}{3} - \frac{7}{3} \div \frac{1}{4}$ est égal à	$\frac{1}{12}$	$-\frac{26}{3}$	$-\frac{20}{3}$
j.	$\frac{3 - \frac{5}{2}}{\frac{2}{7} - \frac{7}{2}}$ est égal à	1	$-\frac{45}{28}$	$-\frac{7}{45}$