

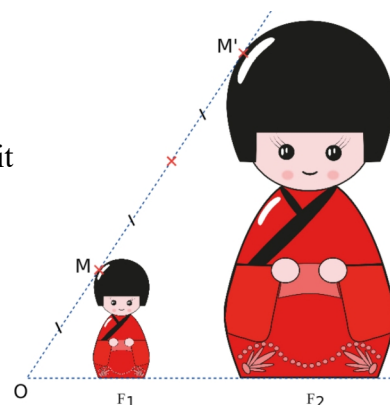
CHAPITRE 10 – HOMOTHÉTIE, AGRANDISSEMENT, RÉDUCTION

I) Définir l'homothétie

Observons les figures ci-contre. On voit que :

- La figure F_2 est **trois fois plus grande** que la figure F_1 . On dit que c'est un *agrandissement* de la figure F_1 de **rapport 3**.
- La figure F_1 est **trois fois plus petit** que la figure F_2 . On dit que c'est une *réduction* de la figure F_2 , de **rapport $\frac{1}{3}$** .

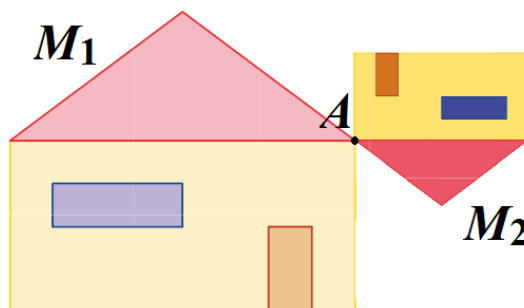
Chacune de ces transformations s'est faite à partir d'un point de référence, le point O.



Définition : Une *homothétie* est une transformation géométrique qui agrandit ou réduit une figure de départ. Elle se fait à partir d'un point O, appelé la *centre de l'homothétie*, et possède un *rapport*. S'il est supérieur à 1, c'est un *agrandissement*, S'il est compris entre 0 et 1, c'est une *réduction*.

Remarque : Il existe aussi des homothétie de rapport négatif. Dans ce cas, l'image de la figure de départ sera retournée par rapport à cette dernière.

Exemple : L'image de la maison M_1 est la maison M_2 . Elle est obtenue par une homothétie de centre A et de rapport $-\frac{1}{2}$. En effet, elle est retournée et deux fois plus petite.



Vidéos :

Reconnaître une transformation

<https://www.youtube.com/watch?v=OVxRkeu8gTc&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=3>

Reconnaître une image par une homothétie

https://www.youtube.com/watch?v=JXuf4rj_iXA&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=11

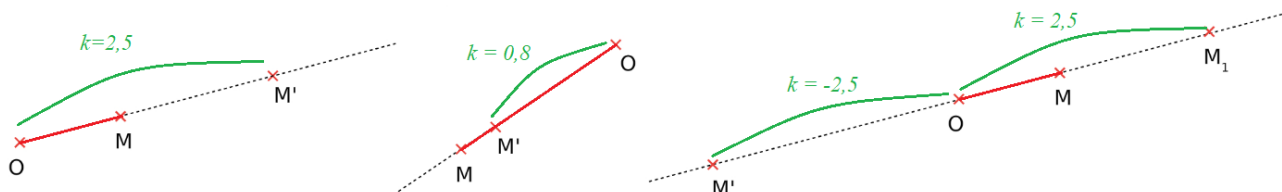
II) Construire une figure par homothétie

Tout comme pour la rotation vue précédemment, on va voir la méthode pour construire l'image d'un point par homothétie, que l'on devra répéter pour tous les points de la figure, avant de les relier entre eux pour obtenir l'image de la figure de départ par cette homothétie.

Méthode : Pour construire M' l'image d'un point M par une homothétie de centre O et de rapport k , on place M' tel que M' appartient à (OM) et que $OM' = k \times OM$

Exemples :

Dans le cas où k est négatif, par exemple $k = -2,5$, on construit l'image M_1 de M par l'homothétie de rapport 2,5 puis on construit le symétrique M' de M_1 par rapport à O.



Vidéos :

Construire l'image d'un point par une homothétie

<https://www.youtube.com/watch?v=BNgizubShAo&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=12>

Construire l'image d'une figure par une homothétie

<https://www.youtube.com/watch?v=4H0YCqT93PE&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=13>

Construire l'image d'un cercle par une homothétie

https://www.youtube.com/watch?v=n_jsy-104iU&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=14

EXERCICE : Construire l'image d'un point par une transformation

<https://www.youtube.com/watch?v=hFoN9sMWnac&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=16>

EXERCICE : Construire l'image d'une figure par une homothétie

<https://www.youtube.com/watch?v=ws4LxlqgK2c&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=15>

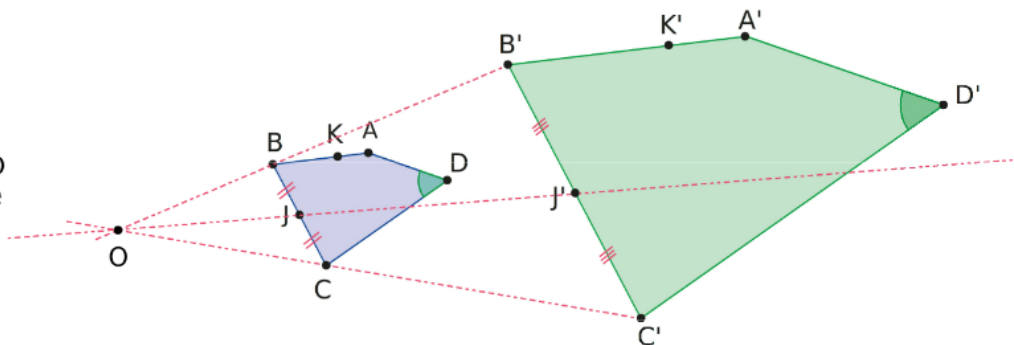
III) Propriétés de l'homothétie

Propriétés :

- Une homothétie conserve l'alignement, la mesure des angles, et les milieux.
- Elle ne conserve pas les longueurs, car elles sont multipliées par le rapport k .
- L'aire de la figure est multipliée par k^2

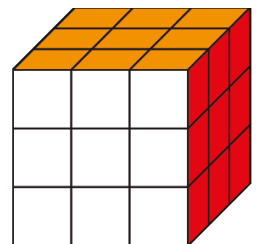
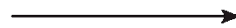
Exemple :

Le quadrilatère $A'B'C'D'$ est l'image de $ABCD$ par l'homothétie de centre O et de rapport 2,5.



- Les points A, B, K sont alignés, donc leurs images respectives A', B', K' sont également alignées.
- Le point J est le milieu du segment $[BC]$, donc son image J' est le milieu du segment $[B'C']$.
- L'angle $\widehat{A'D'C'}$ est l'image de l'angle $\widehat{ADC}$, ils ont donc la même mesure.
- Les longueurs sont multipliées par 2,5. Par exemple : $C'D' = 2,5 \times CD$.
- Les aires sont multipliées par $2,5^2$ soit 6,25. Par exemple : $Aire_{(A'B'C'D')} = 6,25 \times Aire_{(ABCD)}$.

Remarque : Si la figure était un solide en trois dimensions, on pourrait également transformer ce solide par homothétie en appliquant les mêmes règles. De plus, on pourrait alors observer ce qu'il advient du volume de l'image de la figure. Il serait multiplié par k^3 .

Homothétie de rapport 3

Le volume du nouveau cube est $3^3 = 27$ fois plus grand

Vidéos :

Le cours – Les transformations – Partie 2

<https://www.youtube.com/watch?v=rM73EdeggJM&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=2>

Utiliser les homothéties

<https://www.youtube.com/watch?v=eU4tRPjQqFs&list=PLVUDmbpupCaoE3tQlqACo974XeL2r3eRJ&index=17>

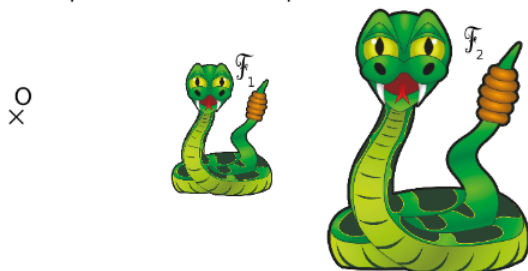
EXERCICES – CHAPITRE 10

I) Définir l'homothétie, p.52

1 Complète en cochant la bonne case.

Homothétie de rapport	0,5	- 7	2,8	- 0,8	$\frac{3}{4}$	$-\frac{4}{3}$
Réduction	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Agrandissement	☐	☐	☐	☐	☐	☐

2 Par quelle homothétie passe-t-on...



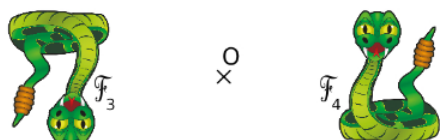
a. de la figure $\mathcal{F}_1$ à la figure $\mathcal{F}_2$?

.....

b. de la figure $\mathcal{F}_2$ à la figure $\mathcal{F}_1$?

.....

3 Par quelle homothétie passe-t-on...



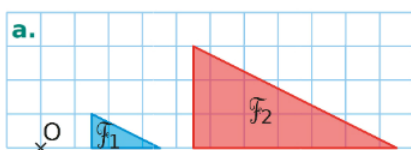
a. de la figure $\mathcal{F}_3$ à la figure $\mathcal{F}_4$?

.....

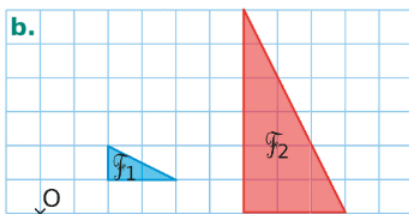
b. de la figure $\mathcal{F}_4$ à la figure $\mathcal{F}_3$?

.....

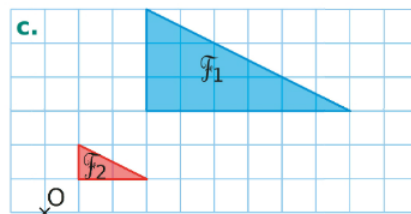
5 Dans chaque cas, indique si la figure $\mathcal{F}_2$ est l'image de la figure $\mathcal{F}_1$ par une homothétie de centre O. Si oui, précise son rapport.



.....

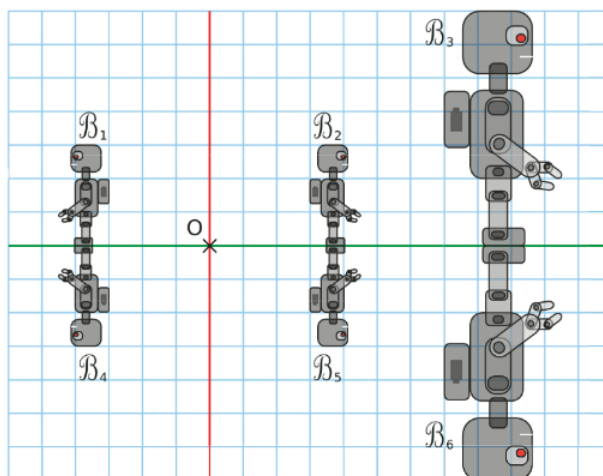


.....



.....

4 On considère les figures suivantes.



Précise la transformation qui transforme...

a. la figure $\mathcal{B}_1$ en la figure $\mathcal{B}_4$?

.....

b. la figure $\mathcal{B}_1$ en la figure $\mathcal{B}_2$?

.....

c. la figure $\mathcal{B}_1$ en la figure $\mathcal{B}_5$?

.....

d. la figure $\mathcal{B}_2$ en la figure $\mathcal{B}_3$?

.....

e. la figure $\mathcal{B}_6$ en la figure $\mathcal{B}_5$?

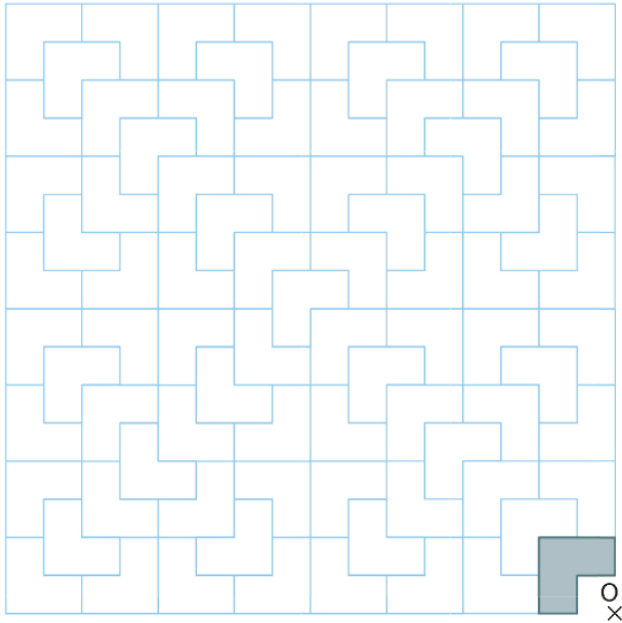
.....

f. la figure $\mathcal{B}_6$ en la figure $\mathcal{B}_1$?

.....

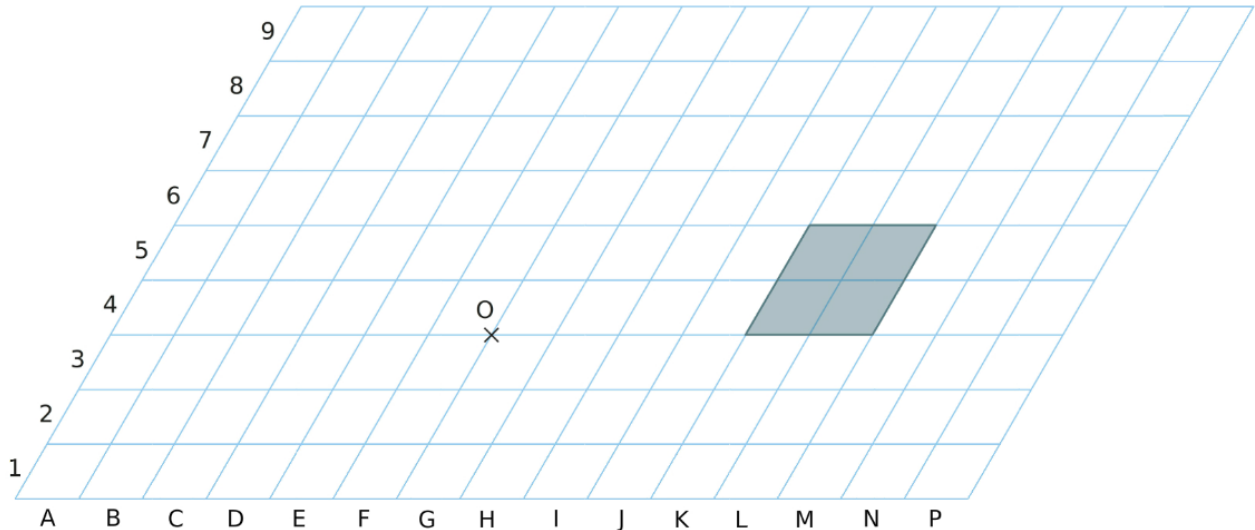
II) Construire une figure par homothétie, p.54-55

1 On considère le pavage suivant.



- Colorie **en bleu** l'image de la figure grise par l'homothétie de centre O et de rapport 2 ;
- Colorie **en rouge** l'image de la figure grise par l'homothétie de centre O et de rapport 4 ;
- Colorie **en vert** l'image de la figure grise par l'homothétie de centre O et de rapport 8.

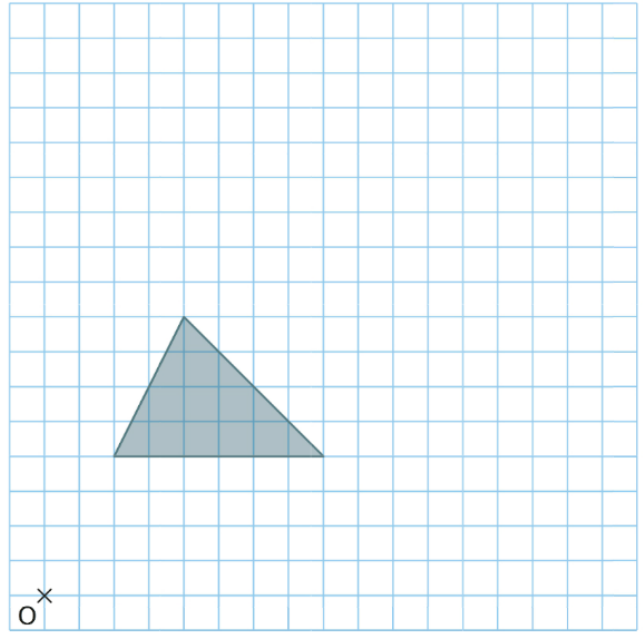
3 On considère ce quadrillage.



- Colorie **en bleu** l'image du parallélogramme gris par l'homothétie de centre O de rapport $\frac{1}{2}$.
- Colorie **en rouge** l'image du parallélogramme gris par l'homothétie de centre O de rapport $\frac{3}{2}$.
- Colorie **en vert** l'image du parallélogramme gris par l'homothétie de centre O de rapport - 1.
- Colorie **en orange** l'image du parallélogramme gris par l'homothétie de centre O de rapport - $\frac{1}{2}$.

3 Images d'un triangle

- Construis **en bleu** l'image du triangle gris par l'homothétie de centre O et de rapport 2 ;
- Construis **en rouge** l'image du triangle gris par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$.



III) Propriétés de l'homothétie, p.58

1 L'homothétie de centre O et de rapport 2 transforme A en F, et B en G.

a. Trace une figure pour illustrer cet énoncé.

b. Que dire des droites (AB) et (FG) ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

4 On considère une homothétie de rapport k . Complète le tableau ci-dessous qui concerne l'image d'une figure par cette homothétie.

k	- 3	- 1	$-\frac{5}{6}$	2	$\frac{10}{3}$	5
Périmètre multiplié par						
Aire multipliée par						

c. Quelle autre longueur peux-tu déterminer ?

.....

.....

d. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BEL}$?

.....

.....

e. Écris deux autres égalités de mesure d'angles.

.....

.....

2 L'homothétie de centre O et de rapport - 2 transforme C en K, et D en L.

a. Trace une figure pour illustrer cet énoncé.

b. Que dire des droites (CD) et (KL) ? Justifie.

.....

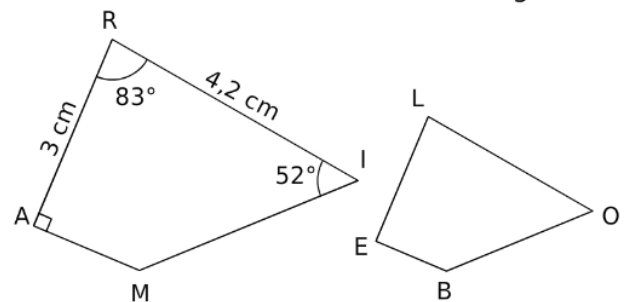
.....

.....

.....

.....

3 Le quadrilatère BELO est l'image du quadrilatère RAMI par une homothétie de rapport $\frac{2}{3}$.



a. Complète le tableau suivant.

Point	R	A	M	I
Image				

Tu justifieras ensuite chaque réponse.

b. Quelle est la longueur du segment [LE] ?

.....

.....

.....

.....