

CHAPITRE 14 - CALCUL LITTERAL

1) Rappels de 5ème – Développer et réduire

1) Réduction d'une expression littérale

Définition : Réduire une expression, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Pour faire ceci, il faut repérer quels termes de l'expression vont ensemble. On regroupera ensemble les *constantes* (nombres *sans variables*), et les termes accompagnés des *mêmes variables*. Il peut être bénéfique de souligner d'une même couleur les termes correspondant au même "groupe". Il faut cependant prendre en compte le signe qui précède chacun des termes, pour ne pas se tromper dans les calculs.

Exemples :

- $6x + 3$ ne peut pas être réduit, car 6 est accompagné d'un x et 3 est une constante.
- $5x + 4x$ peut être réduit, les deux sont accompagnés d'un x . On écrit $5x + 4x = 9x$.
- $xy + 3xy = 4xy$ pour les mêmes raisons. On notera que $xy = 1xy$
- $7 + 3u + 6u - 2 = 9u + 5$
- $7 + 3x^2 + 5x - 2x^2 + 4x - 3 = 4 + x^2 + 9x$

Remarque : Une fois réduite, on écrit l'expression dans un certain ordre si elle ne possède qu'une seule variable. Si cette variable est par exemple x , on écrira d'abord les termes en x^3 , puis en x^2 , puis en x , puis les constantes. Si plusieurs variables sont présentes, il n'y a pas de règle en général.

Exemple : $4 + x^2 + 9x = x^2 + 9x + 4$

Vidéos : Réduire une expression

<https://www.youtube.com/watch?v=qEUB4IU-HiY&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=14>

EXERCICE : Réduire une expression

<https://www.youtube.com/watch?v=R6-mxyhgSmA&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=15>

2) Développer une expression, distributivité simple

Définition : Développer une expression, c'est transformer un produit en somme ou une différence.

Propriété : k, a, b sont trois nombres relatifs. Alors : $k \times (a+b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a-b) = k \times a - k \times b$

Vocabulaire : L'opération effectuée pour développer une expression s'appelle la *distributivité*. On a *distribué* le nombre k aux nombres a et b . Chaque *distribution* correspond à une multiplication.

Exemples : Développe les expressions suivantes :

- $7(x+2) = 7 \times x + 7 \times 2 = 7x + 14$
- $3(x-6) = 3 \times x - 3 \times 6 = 3x - 18$
- $a(3+b) = 3 \times a + a \times b = 3a + ab$
- $x(x-7) = x \times x - 7 \times x = x^2 - 7x$

Remarque : Attention aux signes ! Si dans la parenthèse il y a un signe $-$ il faut le garder lorsqu'on distribue.

Vidéos :	Appliquer la formule de distributivité pour le calcul mental
	https://www.youtube.com/watch?v=ByzozWOSOAY&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=6
	Développer une expression (1)
	https://www.youtube.com/watch?v=S_ckOpWzmG8&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=8
	Développer une expression (2)
	https://www.youtube.com/watch?v=URNld8xsXgM&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=9
	EXERCICE : Développer une expression
	https://www.youtube.com/watch?v=7k5kFah3z7w&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=10
	Développer et réduire une expression
	https://www.youtube.com/watch?v=4PTioyfmqg&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=16
	EXERCICE : Développer et réduire une expression
	https://www.youtube.com/watch?v=Dy0mS7kkAD8&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=17

II) Factorisation

Définition : *Factoriser* une expression, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Propriété : k, a, b sont trois nombres relatifs. Alors $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$ et $k \times a - k \times b = k \times (a - b)$

Exemples : Factoriser les expressions suivantes :

- $21x - 14 = 7 \times 3x + 7 \times 2 = 7(3x + 2)$
- $3(x - 6) = 3 \times x - 3 \times 6 = 3x - 18$

Méthode : Pour effectuer correctement une factorisation, il faut observer chaque nombre dans l'expression.

- On commence par chercher un diviseur commun à **chacun** des nombres.
- Lorsqu'on la trouvé, on écrit chaque nombre comme le produit de ce diviseur et du quotient correspondant.
- Pour finir, on "sort" de l'expression ce diviseur commun, et on écrit entre parenthèse ce qu'il reste.

Application : Factoriser l'expression $3x^2 + 6x - 12$.

- On remarque que 3, 6, et 12 sont divisibles par 3. 3 est donc un diviseur commun aux trois nombres, c'est donc par lui qu'on va factoriser.
- On écrit alors l'expression avec les produits correspondants :

$$3x^2 + 6x - 12 = 3 \times 1x^2 + 3 \times 2x - 3 \times 4$$

- Il ne reste plus qu'à sortir le 3 de l'expression, et écrire ce qu'il reste entre parenthèses:

$$3 \times 1x^2 + 3 \times 2x - 3 \times 4 = 3(1x^2 + 2x - 4) = 3(x^2 + 2x - 4)$$

Remarque : • En pratique, on cherche le plus grand diviseur commun à chacun des termes pour factoriser. Un terme variable, comme x ou x^2 , peut aussi être ce diviseur commun.

• Lorsque l'on sort ce diviseur commun de l'expression, ceci revient à effectuer une division. Factoriser et développer sont donc deux procédés réciproques l'un de l'autre.

Illustration :

Développer	
$k(a + b)$	$ka + kb$
$2(x - 7)$	$2x - 14$
$x(6 - y)$	$6x - xy$
Factoriser	

Vidéos :	Le cours – La distributivité (développer, factoriser)
	https://www.youtube.com/watch?v=zRBOuW-O1c&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc
	Factoriser une expression (1)
	https://www.youtube.com/watch?v=sr_vOR2ALhw&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=11

Factoriser une expression (2)

<https://www.youtube.com/watch?=BaUpX07H0NM&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=12>

EXERCICE : Factoriser une expression

<https://www.youtube.com/watch?=8NDOC54YLzg&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=13>

III) Application à la résolution de problèmes.

Les différentes opérations vues précédemment sont des outils qui permettent de mieux manipuler des expressions issues de problèmes, qui feraient apparaître des expressions compliquées. Les développer, les réduire ou les factoriser permet alors de mieux les manipuler.

Exemples :

- Voici une figure, on souhaite en déterminer son périmètre en fonction de x . On observe que si l'on décortique la figure, il y a 4 morceaux de longueurs 2,5 et six morceaux de longueur x . Donc le périmètre est égal à :

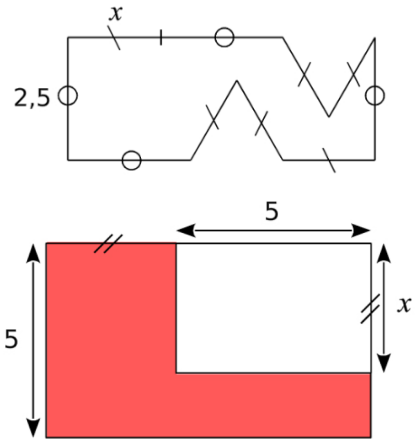
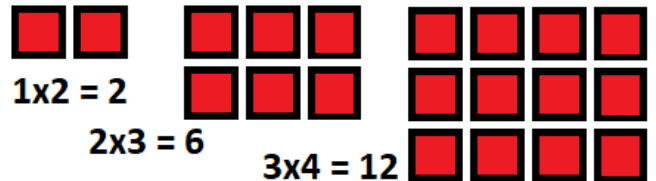
$$P = 4 \times 2,5 + 6 \times x = 10 + 6x$$

- Dans le second exemple on souhaite déterminer l'aire de la figure rouge en fonction de x . On constate déjà que l'aire du rectangle blanc est égale à $5 \times x = 5x$ et que celui du rectangle global est égal à $5 \times (5 + x)$. Si bien que l'aire rouge est égale à la différence des deux, soit

$$A = 5 \times (5 + x) - 5x = 25 + 5x - 5x = 25$$

- Finalement, ce dernier exemple est un pattern d'un rectangle qui gradit dans ses deux dimensions de plus en plus. On peut voir que la longueur est toujours égale la largeur +1, si bien que si la largeur est égale à x , alors la longueur est égale à $x+1$. On peut alors déduire que le nombre de

carreaux à l'étape x du pattern est égale à $x(x+1) = x \times x - x \times 1 = x^2 - x$



EXERCICES – CHAPITRE 14

I) Rappels de 5ème – Développer et réduire

1) Réduction d'une expression littérale, p.54-55

4 Réduis chaque expression.

a. $7x + 3x = \dots\dots\dots$

b. $-7x + 3x = \dots\dots\dots$

c. $7x - 3x = \dots\dots\dots$

d. $-7x - 3x = \dots\dots\dots$

e. $2x + 5,5x = \dots\dots\dots$

f. $-2x - 5,5x = \dots\dots\dots$

g. $-2x + 5,5x = \dots\dots\dots$

h. $2x - 5,5x = \dots\dots\dots$

5 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

a. $9y^2 + 4y^2 = \dots\dots\dots$

b. $-8y - y = \dots\dots\dots$

c. $y^2 - 6y^2 = \dots\dots\dots$

d. $10y - 3y = \dots\dots\dots$

e. $5y^2 - 7y^2 = \dots\dots\dots$

f. $-2y - 8y = \dots\dots\dots$

g. $3y^2 + 9y^2 = \dots\dots\dots$

h. $6y - 5y = \dots\dots\dots$

6 Associe les expressions égales.

$4x + 5 + 2x$

$-4x + 5 + 2x$

$4x - 5 - 2x$

$-4x - 5 + 2x$

$4x + 5x + 2$

$9x + 2$

$6x + 5$

$-2x + 5$

$-2x - 5$

$2x - 5$

7 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$-5y - 6 + 3y$

$5y + 6 + 3y$

$5y - 6 - 3y$

$5y + 6y + 3$

$-5y + 6 + 3y$

$11y + 3$

$8y + 6$

$-2y + 6$

$-2y - 6$

$2y - 6$

10 Souligne d'une même couleur les termes qui peuvent être regroupés, puis réduis.

$J = 8x + 10x + 4 + 9 =$

$K = 5y + 2 + 3y + 7 =$

$L = 11z - 12 + 5z + 6 =$

$M = -3 - 4x - x + 10 =$

$N = -6y - 11 + 8y + 7 =$

6 Réduis chaque expression ci-dessous.

$N = 6x^2 + 9 + 2x + 5 + 4x^2 + 3$

$P = -1 + 5x + 8x^2 - 10x - 3x^2 - 7$

$R = 7 - x^2 - 4x^2 - 9x - 8 + 6x + 2x^2$

8 Réduis chaque expression.

a. $13x - x + 7 =$

b. $8x + 15 - 11x =$

c. $12 - 6x + 4 =$

d. $9 - 3x + x^2 + 6x =$

e. $5x - 10x^2 + 2x^2 - 12 =$

9 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

a. $12y - y + 2 =$

b. $7y + 4 - 13y =$

c. $10 - 8y + 3 =$

d. $9 - y + y^2 + 5y =$

e. $3y^2 - 6y + 2y^2 - 7 =$

2) Développer une expression, distributivité simple, p.52

1 Développe chaque expression, puis donne-en une écriture simplifiée.

$A = 5 \times (a + 7)$

$A = \dots \times \dots + \dots \times \dots$

$A =$

$B = 3 \times (10 + b)$

$B = \dots \times \dots + \dots \times \dots$

$B =$

$C = 7 \times (11 + c)$

$C = \dots \times \dots + \dots \times \dots$

$C =$

$D = 8 \times (d + 8)$

$D = \dots \times \dots + \dots \times \dots$

$D =$

$E = 2 \times (a - 4)$

$E =$

$E =$

$F = 5 \times (6 - b)$

$F =$

$F =$

$G = 4 \times (9 - c)$

$G =$

$G =$

$H = 10 \times (d - 3)$

$H =$

$H =$

2 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$J = 3 \times (a + 5) =$

$K = 2 \times (7 - b) =$

$L = 4 \times (8 + c) =$

$M = 5 \times (d - 9) =$

3 Développe, puis réduis chaque expression.

$N = -3 \times (a + 5)$

$R = -7(c - 8)$

$P = -6 \times (-4 + b)$

$S = -5(-1 + d)$

5 Développe, puis réduis chaque expression.

$$A = x(7 + x)$$

.....

.....

$$B = -y(y + 5)$$

.....

.....

$$C = z(8 + 9z)$$

.....

.....

$$D = -x(5x - 1)$$

.....

.....

$$E = 5y(3 - y)$$

.....

.....

$$F = -6z(z - 7)$$

.....

.....

6 Pour chaque question, une seule proposition est juste. Entoure-la.

4 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$$T = 7(2x + 4)$$

.....

.....

$$U = -7(2x + 4)$$

.....

.....

$$V = 7(2x - 4)$$

.....

.....

$$W = -7(2x - 4)$$

.....

.....

$3 \times 4x =$	$12x$	$34x$	$7x$
$6y \times 8y =$	$48y$	$48y^2$	$14y^2$
$7(z + 9) =$	$7z + 63$	$7z + 9$	$7z + 9z$
$-5(2x - 1) =$	$-10x - 1$	$-10x + 5$	$-10x - 5$
$-y(y - 6) =$	$-y^2 + 6$	$-y^2 - 6y$	$-y^2 + 6y$
$4z(z + 5) =$	$4z^2 + 5$	$4z + 20z$	$4z^2 + 20z$

II) Factorisation

a. $4x - (x - 3)$

d. $4x^2 + 8x + 4$

b. $x + (2x + 3)$

e. $2x(x + 4)$

c. $5(x - 3)$

f. $6x + 3$

7 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$-24y - 24 \cdot$

$\cdot -4(y^2 + 6)$

$-4y + 24 \cdot$

$\cdot -24(y + 1)$

$4y - 24 \cdot$

$\cdot -4y(y - 6)$

$-4y^2 + 24y \cdot$

$\cdot 4(y - 6)$

$-4y^2 - 24 \cdot$

$\cdot -4(y - 6)$

6 Associe chaque expression de gauche à son écriture factorisée de droite.

$-3x + 21 \cdot$

$\cdot -3(x^2 + 7)$

$3x - 21 \cdot$

$\cdot -21(x + 1)$

$-21x - 21 \cdot$

$\cdot -3x(x - 7)$

$-3x^2 - 21 \cdot$

$\cdot 3(x - 7)$

$-3x^2 + 21x \cdot$

$\cdot -3(x - 7)$

1 Entoure les expressions factorisées.

2 Pour chaque question, une seule proposition est juste. Entoure-la.

	P1	P2	P3
$5x + 15 =$	$20x$	$5(x + 3)$	$5(x + 15)$
$36 - 6x =$	$x(x - 6)$	$6(x - 6)$	$6(6 - x)$
$3x^2 - 12x =$	$3x(x - 4)$	$3x(3x - 12)$	$x(3x^2 - 12)$

3 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

	P1	P2	P3
$3x + 18 =$	$21x$	$3(x + 18)$	$3(x + 6)$
$25 - 5x =$	$5(5 - x)$	$5(x - 5)$	$x(x - 5)$
$2x^2 - 10x =$	$2x(2x - 10)$	$2x(x - 5)$	$x(2x^2 - 10)$

4 Souligne le facteur commun, puis factorise chaque expression.

$$A = 3 \times x + 3 \times 11$$

$$E = 5 \times x - 5 \times 12$$

$$B = 9 \times x + 9 \times 8$$

$$F = 7 \times x - 7 \times 4$$

5 Complète, puis factorise chaque expression.

$$J = 5y + 25$$

$$L = 6y - 42$$

$$J = 5 \times y + 5 \times \dots$$

$$L = 6 \times y - 6 \times \dots$$

$$K = 72 + 9y$$

$$M = 8 - 2y$$

$$K = 9 \times \dots + 9 \times \dots$$

$$M = 2 \times \dots - 2 \times \dots$$

$$C = 2 \times 4 + 4 \times x$$

$$G = 10 \times 3 - 10 \times x$$

$$D = 5 \times 6 + 6 \times x$$

$$H = 6 \times 8 - 8 \times x$$

8 Factorise chaque expression.

$$N = 4a^2 + 3a$$

$$S = a - 6a^2$$

9 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$$W = 7x^2 + 14x$$

$$Y = 15z^2 - 40z$$

$$P = 2b^2 + b$$

$$T = 5b - 4b^2$$

$$X = -24y + 54y^2$$

$$Z = -21t - 18t^2$$

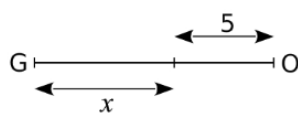
$$R = -8d + 5d^2$$

$$V = -3d^2 - 7d$$

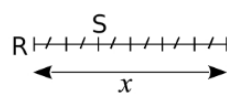
III) Application à la résolution de problèmes.

1 Longueurs

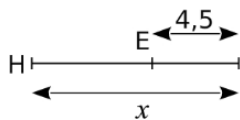
a. Exprime chaque longueur en fonction de x .



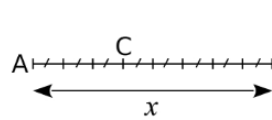
$$GO = \dots$$



$$RS = \dots x$$



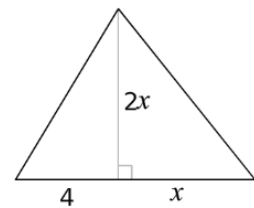
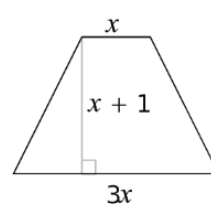
$$HE = \dots$$



$$AC = \dots x$$

b. Montre que la somme de ces aires est égale à l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés mesure $3x$. Tu détermineras la mesure de l'autre côté.

4 On considère un trapèze et un triangle dont les dimensions sont données ci-dessous.



a. Calcule l'aire de chaque figure en fonction de x .

5 Entiers consécutifs

a. Calcule, sur plusieurs exemples, la somme de quatre entiers consécutifs.

.....

.....

.....

b. Comment peut-on trouver le résultat en ne connaissant que le premier entier ?

.....

.....

c. Soit n le premier des quatre entiers. Démontre alors ta conjecture.

.....

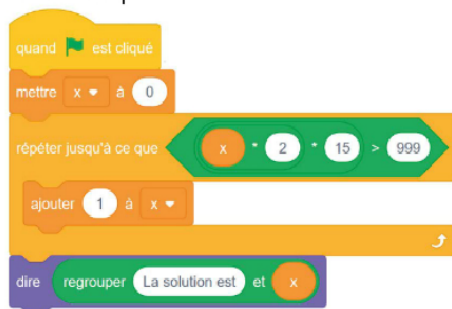
.....

d. Que peux-tu dire de la somme de cinq entiers consécutifs ? Justifie.

.....

.....

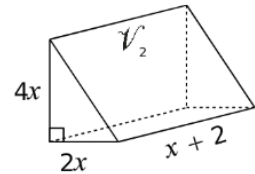
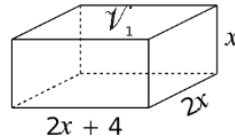
b. Que représente la solution affichée par le programme ci-après ?



.....

.....

3 Montre que les deux solides ci-dessous ont le même volume.



.....

.....

.....

.....

.....

1 Une personne pratique le vélo de piscine depuis plusieurs années dans un centre aquatique, à raison de deux séances par semaine. Possédant une piscine depuis peu, elle envisage d'acheter un vélo de piscine pour pouvoir l'utiliser exclusivement chez elle, et ainsi ne plus se rendre au centre aquatique.

- Prix de la séance au centre aquatique : 15 €.
- Prix d'achat d'un vélo de piscine pour une pratique à la maison : 999 €.

a. Montre que 10 semaines de séances au centre aquatique lui coutent 300 €.

.....

.....

c. Combien de semaines faudrait-il pour que l'achat du vélo de piscine soit rentabilisé ?

.....

.....