

CHAPITRE 16 – AIRE D'UNE FIGURE

I) Unités d'aire et conversions

Avant de s'attaquer aux calculs d'aires d'une figure, il faut à nouveau savoir convertir des unités. Pour faire ceci, on va de nouveau manipuler les tableaux de conversions correspondant aux unités d'aires. Indiquons d'abord un point important :

Définition : L'unité d'aire usuelle est le *mètre carré* (noté m^2), représentant un carré de côté 1m. On utilise aussi : ses multiples (dam^2 , hm^2 , km^2) et ses sous-multiples (dm^2 , cm^2 , mm^2).

Chacune de ces unités figure dans le tableau de conversion. Cette fois-ci, il y a deux colonnes par unités. Pour placer un nombre dans ces tableaux, on place le chiffre des unités du nombre dans la colonne de l'unité correspondante, à droite.

Exemple : Pour placer $90mm^2$ et $176000dam^2$ dans le tableau de conversions des unités d'aires :

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
1	7	6	0	0	0							9	0

Pour convertir, il suffit alors de rejoindre la colonne de l'unité souhaitée, quitte à rajouter des 0 pour compléter les colonnes vides. Dans la colonne de l'unité souhaitée se trouve le chiffre des unités du nombre converti. On peut aussi avoir recours à certaines multiplications ou divisions pour convertir :

Pour convertir des aires : 2 colonnes par unité, on passe d'une unité à l'autre en divisant ou multipliant ou divisant par 100.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
1	7	6	0	0	0								
							0	0	0	0	0	9	0

x100 x100 ÷100 ÷100 ÷100

Exemples : Dans ce tableau, on peut lire que :

$17,6km^2 = 1760hm^2 = 176000dam^2$ ou encore que $90mm^2 = 0,9cm^2 = 0,009dm^2 = 0,00009m^2$.

└ x100 ┐

└ x100 ┐

└ ÷100 ┐

└ ÷100 ┐

└ ÷100 ┐

Vidéo :

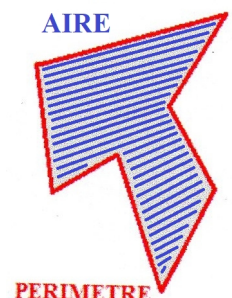
Convertir les unités d'aire

<https://www.youtube.com/watch?v=qkDy6lguF80&list=PLVUDmbpupCaqpl5BWGPk3i1M6Mq-URcpr&index=9>

II) Aire d'une figure

1) Notion d'aire

Définition : L'aire d'une figure fermée est la mesure de sa surface, c'est à dire la partie recouvrant l'intérieur de la figure.



Remarque : Visuellement, on peut donc grossièrement dire que l'aire est ce qui se trouve à l'intérieur du périmètre...

A l'instar du périmètre, il est possible de déterminer l'aire de certaines figures à l'aide de certaines formules. On verra ici la formule de l'aire pour les quatre figures déjà vues précédemment. Pour le triangle, on a besoin de connaître sa hauteur : c'est la longueur du segment perpendiculaire à un côté (*la base*) et passant par l'angle en face.

Vidéo :

Calculer l'aire d'une figure dans un quadrillage

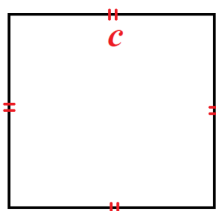
<https://www.youtube.com/watch?v=VDI8DV-njS0&list=PLVUDmbpupCaqpI5BWGPk3i1M6Mq-URcpr&index=8>

2) Calculs d'aires

Propriétés : Pour les figures suivantes, les périmètres sont définis par les formules suivantes :

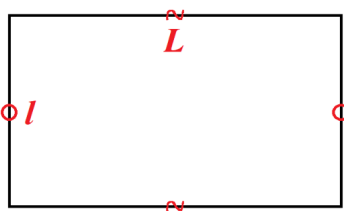
Carré de côté c

$$A = c \times c = c^2$$



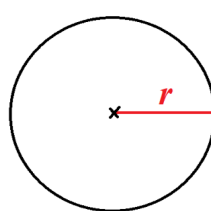
Rectangle de longueur L , largeur l

$$A = L \times l$$



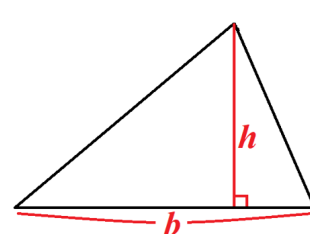
Disque de rayon r

$$A = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$



Triangle de base b et de hauteur h

$$A = b \times h \div 2$$



Remarque : Tout comme pour le périmètre, il faut que les mesures soient dans la même unité avant d'appliquer les formules. On utilisera donc les tableaux précédents pour convertir avant d'utiliser les formules si besoin.

Exemples :

- L'aire d'un carré de côté 3,2cm est égal à $3,2 \times 3,2 = 10,24\text{cm}^2$.
- L'aire d'un rectangle de longueur 4dm et 8dm est égal à $8 \times 4 = 32\text{dm}^2$.
- Un triangle dont la base mesure 1,5dm et la hauteur 6cm possède une aire de $15 \times 6 \div 2 = 45\text{cm}^2$ (remarquez la conversion des *dm* en *cm* avant le calcul)
- L'aire d'un disque de rayon 2,7m est égal à $\pi \times 2,7 \times 2,7 = 7,29 \pi \approx 22,90\text{m}^2$.

Vidéos :

Calculer l'aire d'une figure

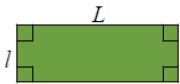
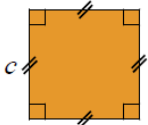
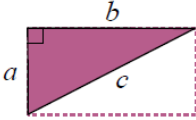
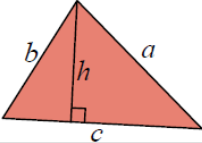
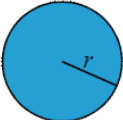
<https://www.youtube.com/watch?v=-HKxkx7x2gU&list=PLVUDmbpupCaqpI5BWGPk3i1M6Mq-URcpr&index=10>

Calculer l'aire d'un disque

<https://www.youtube.com/watch?v=0E8h5WWf4NM&list=PLVUDmbpupCaqpI5BWGPk3i1M6Mq-URcpr&index=11>

III) Bilan

Pour résumer tout ce que l'on a vu sur les aires et les périmètres (*vus au chapitre 6*), à savoir les figures usuelles et les formules que l'on utilise pour déterminer les deux grandeurs, on a le tableau récapitulatif suivant :

	Figure	Périmètre $\mathcal{P}$	Aire $\mathcal{A}$
Rectangle		$\mathcal{P} = 2 \times (L + l)$ ou $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l$	$\mathcal{A} = L \times l$
Carré		$\mathcal{P} = 4 \times c$	$\mathcal{A} = c \times c = c^2$
Triangle rectangle		$\mathcal{P} = a + b + c$	$\mathcal{A} = \frac{a \times b}{2}$
Triangle quelconque		$\mathcal{P} = a + b + c$	$\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2}$
Cercle - Disque		$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi$ ou $\mathcal{P} = d \times \pi$ où $\pi \approx 3,14$	$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$

Vidéo :

Exercice : Calculer l'aire d'une figure

<https://www.youtube.com/watch?v=92hUxBOFYR8&list=PLVUDmbpupCaqpl5BWGPk3i1M6Mq-URcpr&index=11>

EXERCICES – CHAPITRE 16

1) Unités d'aire et conversions, issus du manuel Sésamath, p.241

39 Recopie et complète.

- a. $4 \text{ dam}^2 = \dots \text{ m}^2$ e. $5,2 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$
b. $15 \text{ hm}^2 = \dots \text{ m}^2$ f. $0,7 \text{ m}^2 = \dots \text{ dam}^2$
c. $5,1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$ g. $320 \text{ a} = \dots \text{ m}^2$
d. $1\,350 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$ h. $2,5 \text{ ha} = \dots \text{ m}^2$
i. $15\,300 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$

42 On donne les superficies suivantes :

- Belle-Île-en-mer : 90 km^2
 - Île d'Yeu : $2\,300 \text{ ha}$
 - Île d'Oléron : $175\,000\,000 \text{ m}^2$
 - Île de Jersey : $1\,160\,000 \text{ dam}^2$
- Range ces îles dans l'ordre décroissant de leur superficie.

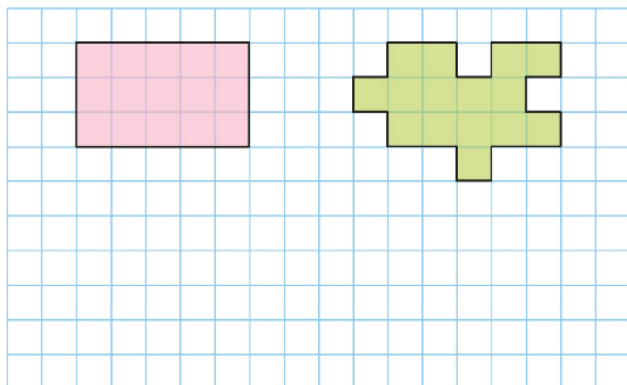
_____ < _____ < _____ < _____

40 Convertis les aires suivantes en m^2 .

- a. 2 km^2 d. $153,7 \text{ dam}^2$ g. 52 a
b. $37\,000 \text{ dm}^2$ e. $28,9 \text{ cm}^2$ h. $0,05 \text{ ha}$
c. $45\,300 \text{ mm}^2$ f. $3,008 \text{ hm}^2$ i. 200 ha

41 Convertis les aires suivantes en cm^2 .

- a. 15 mm^2 d. $73,1 \text{ m}^2$ g. $0,08 \text{ mm}^2$
b. 28 dm^2 e. $0,004 \text{ m}^2$ h. 13 a
c. $17\,300 \text{ mm}^2$ f. $27,008 \text{ dam}^2$ i. $0,0105 \text{ a}$



7 On considère les figures suivantes.

a. Compare leur aire.

.....

.....

.....

b. Compare leur périmètre.

.....

.....

.....

c. Dans le quadrillage ci-dessus, trace une figure ayant la même aire que ces deux figures mais avec un périmètre différent.

2) Calculs d'aires, p.151-153

1 Quelle est l'aire d'un carré...

a. de côté 6 cm ? **b.** de côté 4,5 mm ?

a.

.....

b.

.....

3 Quelle est l'aire d'un rectangle...

a. de longueur 5 cm et de largeur 2,3 cm ?

.....

.....

b. de longueur 24 dm et de largeur 15,2 dm ?

.....

.....

5 Calcule l'aire de chacune des figures suivantes en effectuant les mesures nécessaires.

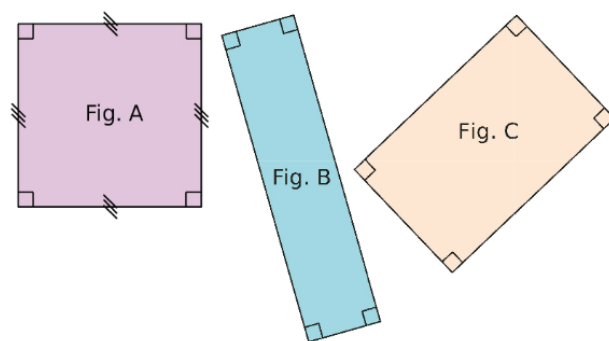
Figure	A	B	C
Aire en cm ²			

2 Soit un carré de côté c et d'aire $\mathcal{A}$. Complète le tableau.

	a.	b.	c.	d.
c	4 dm	2,4 m		
$\mathcal{A}$			36 mm ²	1,21 m ²

4 Soit un rectangle de largeur l , de longueur L et d'aire $\mathcal{A}$. Complète le tableau.

	a.	b.	c.	d.
l	4 cm	1,2 dm		1 m
L	5 cm	5 dm	10 hm	
$\mathcal{A}$			36 hm ²	4,8 m ²



6 Calcule l'aire de chaque triangle.
(Attention, les triangles ne sont pas dessinés en vraie grandeur.)

4 Calcule l'aire de chaque disque ci-dessous. Tu donneras la valeur exacte, puis une valeur approchée au dixième près.

a. Un disque de rayon 4 m.

.....
.....

b. Un disque de rayon 32 mm.

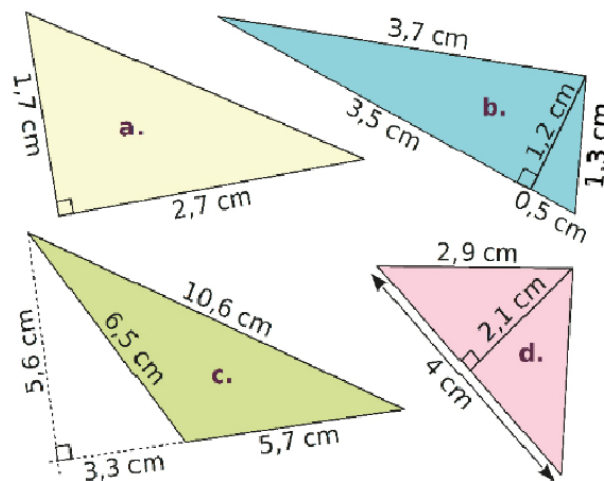
.....
.....

c. Un disque de diamètre 6 hm.

.....
.....

d. Un disque de diamètre 5,6 dm.

.....
.....



a.

b.

c.

d.