# CHAPITRE 15 – PROBABILITÉS

## *I) Rappels des années précédentes*

### *1) Vocabulaire*

**Définition :** Une *expérience* est *aléatoire* lorsqu'elle a plusieurs résultats possibles et qu'on ne peut pas prévoir quel résultat se produira. Chaque résultat possible est une *issue* de l'expérience. Etant donnée une expérience aléatoire, un *évènement* est un ensemble d'issues ; dans le cas d'une seule issue, on dit qu'il s'agit d'un *évènement élémentaire*.

**Exemple :** Lancer un dé est une expérience aléatoire. S'il est à 6 faces, les évènements élémentaires sont : « obtenir 1 », « obtenir 2 », « obtenir 3 », « obtenir 4 », « obtenir 5 », « obtenir 6 ». On nomme A l'évènement « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 », réalisé par les issues 1 et 2.

**Remarque :** On nomme toujours les évènements pour mieux les manipuler. On utilisera en général une lettre qui évoque l'évènement auquel elle correspond. Par exemple, en tirant à pile ou face, on utilisera *P* pour l'évènement « *obtenir pile* » et *F* pour l'évènement « *obtenir Face* ».

**Définition :** La *probabilité* d'un évènement *E* est la grandeur par laquelle on évalue la potentionnalité qu'a cet événement de se produire

**Exemple, notation :** Dire que la probabilité de l'événement *E* est de 0,8 signifie qu'il a 80 % de chance de se produire, ou 8 chance sur 10. On écrit $P(E)=0{,}8$ qui se lit « *p de E est égal à 0,8* ».

**Définition :** Si toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit qu'on est en *situation d'équiprobabilité*.

**Exemple :** Tirer à pile ou face est une situation d'équiprobabilité. Lancer un dé à six faces, équilibré, est une situation d'équiprobabilité également.

**Définition :** Un événement qui se produit toujours est un *évènement certain.* Sa probabilité est 1. Un évènement qui ne se produit jamais est un *évènement impossible* et sa probabilité est 0. L'*événement contraire* de A correspond à la non-réalisation de l'évènement A, on le note $\overline{A}$ qui se lit « A barre ».

**Exemples :** Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, l'événement *S* : « *obtenir un nombre inférieur à 7* » est certain et l'évènement *T* : « *obtenir 10* » est impossible. On a P(*S*) = 1 et P(*T*) = 0. Aussi l'événement « *obtenir un nombre pair* » est l'évènement contraire de « *obtenir un nombre impair* ».

**Propriétés :**
- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience est égale à 1.
- La probabilité de l'évènement contraire de A vaut $P(\overline{A})=1-P(A)$ .

**Exemple :** Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, l'événement « *ne pas obtenir 2* » est l'évènement contraire de « *obtenir 2* » donc sa probabilité est égale à $1-\frac{1}{6}=\frac{6}{6}-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ .

### 2) Calcul des probabilités – cas général

Par cas général, on entend qu'ici la situation rencontrée n'est plus nécessairement une situation d'équiprobabilité. Il faut donc se servir au mieux des propriétés précédentes pour décrypter la situation. Donnons ici quelques méthodes à travers un exemple.

**Exemple :** On considère un dé mal équilibré. Si on le lance, certaines faces ont plus de chances d'apparaître que d'autres. On a les informations suivantes sur les faces du dé :

| **Face du dé** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Probabilité d'apparition** | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{3}$ | ?? |

*1) Déterminer la probabilité manquante pour la face 6 :*

Pour ceci, on se sert de la propriété qui indique que la somme des probabilités vaut 1. En additionnant les fractions obtenues, on obtient $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{3}=\frac{2}{12}+\frac{1}{12}+\frac{3}{12}+\frac{1}{12}+\frac{4}{12}=\frac{11}{12}$

Ceci signifie que la probabilité manquante est $\frac{1}{12}$ car $\frac{11}{12}+\frac{1}{12}=1$ ou $1-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$ .

*2) Déterminer la probabilité de l'évènement I « obtenir un nombre impair »*

N'étant pas en situation d'équiprobabilité, on ne peut pas simplement répondre $\frac{1}{2}$ , il nous faut additionner les probabilités de chaque issues impaires (on le peut car elles sont incompatibles) :

*P(I) = P(« obtenir 1 ») +P(« obtenir 3 ») + P(« obtenir 5 ») =* $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$ .

*3) En déduire la probabilité de P « obtenir un nombre pair »*

Plutôt que de passer par le calcul, observons que P et I sont des évènements contraires. De ce fait, on peut rapidement affirmer que $P(P)=1-P(I)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ .

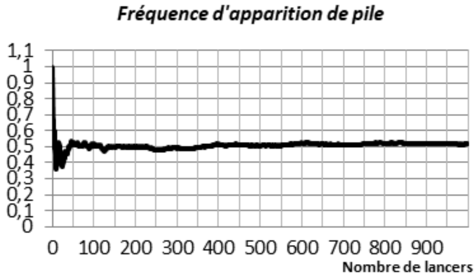
**Vidéos :** Calculer une probabilité - Troisième
https://www.youtube.com/watch?v=d6Co0q01QH0&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=3
EXERCICE : Calculer une probabilité – Troisième
https://www.youtube.com/watch?v=ShIeriPx5eQ&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=4
EXERCICE : Calculer une probabilité – Troisième
https://www.youtube.com/watch?v=27FAsww0WOA&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=5
Calcul de probabilité – Cas de non-équiprobabilité – Troisième
https://www.youtube.com/watch?v=D00GFy0Rx6U&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=10
Calculer une probabilité à l'aide de l'événement contraire
https://www.youtube.com/watch?v=3u_yFS-xiHc&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=6
Calculer une probabilité dans un tableau à double entrée
https://www.youtube.com/watch?v=5DGQ-49xzgI&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=7

## II) Probabilité et stabilisation des fréquences

Lorsqu'on ne connaît pas la probabilité d'un évènement, on peut trouve une valeur approchée en répétant l'expérience de nombreuses fois. Ceci nous donne une idée de sa probabilité théorique :

**Propriété :** Si on répète une expérience aléatoire $N$ fois et si l'on compte le nombre de fois $n$ qu'un certain évènement s'est réalisé, alors le quotient $\frac{n}{N}$ est appelé la *fréquence d'apparition* de l'évènement en question. Plus l'on répète l'expérience, plus la fréquence d'apparition de l'évènement à tendance à se stabiliser. On se rapproche alors d'une valeur fixe qui sera la probabilité de cet événèment.

**Exemple :** On lance 1 000 fois une pièce de monnaie. Ce graphique représente l'évolution de la fréquence de l'évènement « obtenir pile ». On constate que plus le nombre de lancers est grand, plus la fréquence se stabilise vers un nombre qui est la probabilité 0,5.




**Exemple :**

- Dans le cas du lancer de dé, voici un tableau donnant la fréquence de réalisation de l'évènement B : « Obtenir **4** », en fonction du nombre de lancers effectués.

| Nombre de lancers effectués | 10 | 50 | 200 | 500 | 5 000 |
|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence de réalisation de l'évènement B | 0,4 | 0,12 | 0,18 | 0,177 | 0,1712 |

Plus le nombre de lancers effectués est important et plus la fréquence de réalisation de l'évènement B se rapproche de $P(B) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$.

**Remarque :** Certains logiciels, comme les tableurs notamment, permettent de **simuler** la répétition d'un très grand nombre d'expériences aléatoires identiques.

**Vidéos :** Comprendre la notion de probabilités
https://www.youtube.com/watch?v=ithQHSY9Z-E&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=2
Simuler une expérience aléatoire avec le tableau
https://www.youtube.com/watch?v=ieKedDC3xNc&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=8
Le cours – Probabilités
https://www.youtube.com/watch?v=CBtj0nLx-N4&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=1

# EXERCICES – CHAPITRE 15

## I) Rappels, p.140 à 143

**3** Un dé équilibré a la forme d'un icosaèdre régulier dont les 20 faces sont numérotées de 1 à 20. On considère les évènements suivants :
E : « On obtient un nombre pair. »
F : « On obtient un multiple de 2 ou de 3. »

**a.** Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

..........................................................................

**b.** Décris par une phrase sans négation l'évènement $\bar{E}$, contraire de l'évènement E.

..........................................................................

**c.** Quelles sont les issues des évènements F et $\bar{F}$ ?

..........................................................................

..........................................................................

**d.** Propose un évènement impossible puis un évènement certain.

..........................................................................

..........................................................................

**1** On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On considère les évènements suivants.

A : « On obtient un roi. » ;
B : « On obtient un as. » ;
C : « On obtient un trèfle. ».

**a.** Les évènements A et B sont-ils compatibles ? Et les évènements B et C ? Justifie tes réponses.

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

**b.** Décris par une phrase sans négation l'évènement $\overline{C}$, contraire de l'évènement C.

..........................................................................................

..........................................................................................

**c.** Propose un évènement D incompatible avec l'événement C.

..........................................................................................

..........................................................................................

**d.** Détermine la probabilité des évènements A, B, C et D.

..........................................................................................

..........................................................................................

**e.** Quelle est la probabilité de $\overline{C}$, l'évènement contraire de l'événement C ? Calcule-la de deux façons différentes.

..........................................................................................

..........................................................................................

**2** Une classe de 3$^{e}$ est constituée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires. Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

| | Garçons | Filles | Total |
|---|---|---|---|
| Externes | | 3 | |
| DP | 9 | 11 | |
| Total | | | 25 |

**a.** Complète le tableau.

On choisit un élève de cette classe au hasard et on considère les évènements :

A : « L'élève est une fille. »
B : « L'élève est externe. »
C : « L'élève est un garçon demi-pensionnaire. »

**b.** Les évènements A et B sont-ils compatibles ? Et les évènements B et C ? Justifie tes réponses.

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

**c.** Décris par une phrase sans négation l'évènement $\overline{A}$, contraire de l'évènement A. Puis l'évènement $\overline{B}$, contraire de l'évènement B.

..........................................................................................

..........................................................................................

**d.** Détermine la probabilité des évènements A, B C, $\overline{A}$ et $\overline{B}$.

..........................................................................................

..........................................................................................

**1** Dans une urne, se trouvent huit boules, indiscernables au toucher, qui portent chacune un numéro :

⑦ ⑦ ⑤ ② ⑦ ⑥ ⑦ ④

**a.** Si on tire au hasard une boule dans cette urne, quelle est la probabilité qu'elle porte le numéro 7 ?

..........................................................................................

..........................................................................................

**b.** Wacim s'apprête à tirer une boule. Il affirme qu'il a plus de chances de tirer un numéro pair qu'un numéro impair. A-t-il raison ?

..........................................................................................

..........................................................................................

**c.** Finalement, Wacim a tiré la boule portant le numéro 5 et la garde : il ne la remet pas dans l'urne. Baptiste s'apprête à tirer une boule dans l'urne. Quelle est la probabilité que cette boule porte le numéro 7 ?

..........................................................................................

..........................................................................................

**1** M. Frespin propose différents modèles de baskets : de couleur blanche ou verte ; avec des lacets jaunes, orange ou rouges.

**a.** Colorie les baskets pour montrer l'ensemble des modèles proposés par M. Frespin.

**b.** Quelles sont toutes les issues possibles ?
Par exemple, pour des baskets vertes à lacets jaunes, tu indiqueras (V ; J).

..........................................................................

..........................................................................

On choisit une paire de baskets au hasard.
Quelle est la probabilité que les baskets...

**c.** soient vertes ? ................

**d.** aient des lacets rouges ? ................

**e.** n'aient pas de lacets rouges ? ................

**f.** soient blanches et aient des lacets orange ? ................

**2** Un sac opaque contient 120 boules, toutes indiscernables au toucher, dont 30 sont bleues. Les autres boules sont rouges ou vertes.
On considère l'expérience aléatoire suivante :
On tire une boule au hasard, on regarde sa couleur, on repose la boule dans le sac et on mélange.

**a.** Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ? Écris le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

..........................................................................

..........................................................................

**b.** Cécile a effectué 20 fois cette expérience aléatoire et elle a obtenu 8 fois une boule verte. Choisis, parmi les réponses suivantes, le nombre de boules vertes contenues dans le sac (aucune justification n'est demandée) :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 48 | 70 | On ne peut pas savoir | 25 |

La probabilité de tirer une boule rouge est égale à 0,4.

**c.** Quel est le nombre de boules rouges dans le sac ?

..........................................................................

..........................................................................

**d.** Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ?

..........................................................................

..........................................................................

**e.** On voudrait modifier le contenu du sac en ne changeant que le nombre de boules rouges. Combien faudra-t-il mettre en tout de boules rouges dans le sac pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit de 0,5 ?

..........................................................................

..........................................................................

## II) Probabilité et stabilisation des fréquences, p.145

**Tableur**

On lance deux dés de couleurs différentes. Ils sont équilibrés et leurs faces sont numérotées de 1 à 6. On s'intéresse à la somme des valeurs obtenues par les dés.

**Partie 1 :**

On lance 25 fois les deux dés et on note les valeurs dans un tableur. Les résultats sont représentés dans le tableau ci-contre.

La colonne A indique le numéro de l'expérience.

Les colonnes B et C donnent les valeurs des dés.

La somme des deux dés est calculée dans la colonne D.

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | n° | dé 1 | dé 2 | somme |
| 2 | 1 | 5 | 1 | 6 |
| 3 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 4 | 3 | 1 | 4 | 5 |
| 5 | 4 | 1 | 6 | 7 |
| 6 | 5 | 4 | 4 | 8 |
| 7 | 6 | 6 | 4 | 10 |
| 8 | 7 | 6 | 3 | 9 |
| 9 | 8 | 5 | 6 | 11 |
| 10 | 9 | 5 | 3 | 8 |
| 11 | 10 | 5 | 6 | 11 |
| 12 | 11 | 3 | 6 | 9 |
| 13 | 12 | 2 | 5 | 7 |
| 14 | 13 | 3 | 5 | 8 |
| 15 | 14 | 1 | 6 | 7 |
| 16 | 15 | 6 | 5 | 11 |
| 17 | 16 | 2 | 3 | 5 |
| 18 | 17 | 2 | 5 | 7 |
| 19 | 18 | 3 | 4 | 7 |
| 20 | 19 | 2 | 4 | 6 |
| 21 | 20 | 6 | 5 | 11 |
| 22 | 21 | 1 | 1 | 2 |
| 23 | 22 | 2 | 1 | 3 |
| 24 | 23 | 1 | 4 | 5 |
| 25 | 24 | 5 | 1 | 6 |
| 26 | 25 | 1 | 6 | 7 |

**a.** La somme peut-elle être égale à 1 ? Justifie.

..........................................

..........................................

.....................................................................................

**b.** La somme 12 n'apparait pas dans ce tableau. Est-il toutefois possible de l'obtenir ? Justifie.

.....................................................................................

**c.** Pour le 11$^{e}$ lancer des deux dés, quelle formule a-t-on marquée dans la cellule **D12** pour obtenir le résultat donné par l'ordinateur ?

.....................................................................................

**d.** Dans cette expérience, combien de fois obtient-on la somme 7 ? Déduis-en la fréquence de cette somme en pourcentage.

.....................................................................................

.....................................................................................

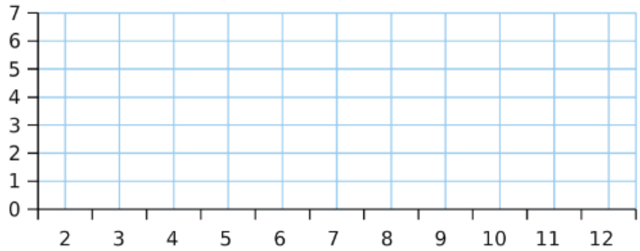
**e.** Quelle est la médiane de cette série de sommes (colonne D) ?

.....................................................................................

.....................................................................................

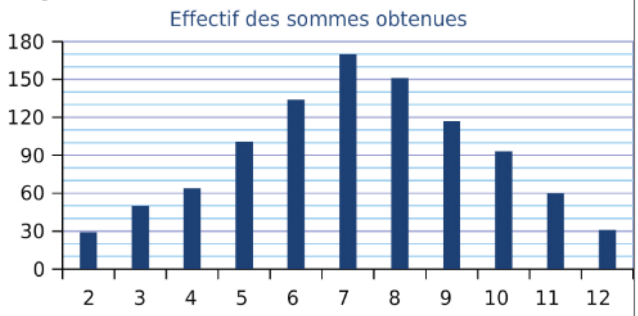
.....................................................................................

**f.** Trace le diagramme en bâtons de la série des sommes obtenues (colonne D).




**Partie 2 :**

On fait une simulation de 1 000 expériences avec un tableur. Les résultats sont représentés dans le diagramme en bâtons suivant.




**g.** Quelles sont les 2 sommes les moins fréquentes ?

.....................................................................................

.....................................................................................

**h.** Paul, un élève de 3$^{e}$, joue avec Jacques, son petit frère de CM2. Chacun choisit une somme à obtenir avec les deux dés : Paul prend la somme 9 et Jacques la somme 3. Explique pourquoi Paul a plus de chances de gagner que son petit frère.

.....................................................................................

.....................................................................................

.....................................................................................

**i.** Quel est, pour cette simulation, le nombre de lancers qui donnent la somme 7 ? Déduis-en la fréquence, en pourcentage, représentée par ces lancers.

.....................................................................................

.....................................................................................

**j.** Complète le tableau et entoure les différentes possibilités d'obtenir une somme égale à 7 avec deux dés. Calcule la probabilité d'obtenir cette somme.

| Somme des 2 dés | | Valeur du 2$^{e}$ dé | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| Valeur du 1$^{er}$ dé | **1** | 2 | 3 | 4 | | | |
| | **2** | | | | | | |
| | **3** | | | | | | |
| | **4** | | | | | | |
| | **5** | | | | | | |
| | **6** | | | | | | 12 |

.....................................................................................

**k.** Que peut-on dire de la valeur de la fréquence obtenue à la question **i**, et de celle de la probabilité obtenue à la question **j** ? Propose une explication.

.....................................................................................

.....................................................................................

.....................................................................................