

CHAPITRE 4 – APPLICATIONS DE LA PROPORTIONNALITÉ

1) Rappel sur la proportionnalité

1) Définition, reconnaître une situation de proportionnalité

Définition : Un *tableau de proportionnalité* est un tableau dans lequel on obtient chaque nombre d'une ligne en multipliant toujours le nombre correspondant de l'autre ligne par un même nombre non nul. Ce nombre est appelé le *coefficient de proportionnalité*.

Exemple Tableau de proportionnalité

Nombre de macarons	6	10	15
Prix (en €)	8,4	14	21

$$\frac{8,4}{6} = 1,4 ; \frac{14}{10} = 1,4 ; \frac{21}{15} = 1,4$$

Le coefficient de proportionnalité est **1,4**.

Cela signifie ici que 1 macaron coûte 1,40 €.

Tableau de non proportionnalité

Durée de location (en h)	2	5
Prix (en €)	17	38

$$\frac{17}{2} = 8,5 ; \frac{38}{5} = 7,6 \text{ et } 8,5 \neq 7,6$$

Ce n'est donc pas un tableau de proportionnalité.

Remarque : Il faut alors calculer le coefficient de chaque colonne et observer si c'est la même valeur pour chaque colonne. Si c'est le cas, le tableau est proportionnel, mais s'il y a la moindre différence, on peut conclure que le tableau n'est pas proportionnel.

2) Calculer une quatrième proportionnelle

Définition : Calculer une *quatrième proportionnelle* signifie calculer un nombre manquant dans un tableau de proportionnalité à partir de trois autres nombres.

Cerises (kg)	4	+	1	=	5
Prix (€)	11,20	+	2,8	=	14

• Méthode 1 : Par le coefficient de proportionnalité.

On calcule le coefficient de proportionnalité : $\frac{11,20}{4} = 2,8$. Donc 5 kg de cerises coûtent 5 fois ce coefficient : $5 \times 2,8 = 14$

4	5
11,20	x

• Méthode 2 : Par une multiplication de quantité.

Par proportionnalité on peut affirmer que le prix de 5kg de cerises est 5 fois celui de 1kg de cerises. On a donc $2,80 \times 5 = 14$.

1	5
2,80	x

• Méthode 3 : Par une addition de quantités.

On constate que dans la première ligne, la première colonne additionnée à la seconde donne la troisième ($4 + 1 = 5$). Comme on observe ceci, on peut effectuer la même chose dans la seconde ligne. On obtient alors $11,20 + 2,80 = 14$

4	1	5
11,20	2,80	x

• Méthode 4 : Le produit en croix

Cette consiste à déterminer la valeur d'une quatrième proportionnelle à l'aide de trois autres valeurs et de deux opérations : une multiplication et une division. Son nom vient du symbole formé dans le tableau si on représente l'ordre des nombres dans ces opérations. Il a l'avantage de fonctionner peu importe les valeurs, mais demande plus de calculs.

4	5
11,20	x

$$5 \times 11,20 \div 4 = 14$$

Vidéos :	Le cours – Proportionnalité
	https://www.youtube.com/watch?v=qSbYsztzMpU&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=1
	Appliquer le produit en croix
	https://www.youtube.com/watch?v=NKdhdmVoY1g&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=2
	Appliquer les règles de 4 ^e proportionnelle
	https://www.youtube.com/watch?v=2UDYG_hRCU4&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=6

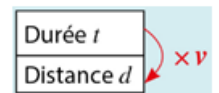
II) Applications de la proportionnalité

1) La vitesse moyenne

Un trajet en voiture a été effectué sur une certaine distance d , en un certain temps t . la vitesse de la voiture n'a pas été constante : il y a eu des accélérations et des ralentissements.

Définition : La *vitesse moyenne* de la voiture sur ce trajet est la vitesse qu'aurait eu la voiture si elle avait parcouru le trajet de distance d en un temps t en gardant toujours la même vitesse.

Dire que v est la vitesse moyenne lors d'un trajet signifie que la distance d parcourue est proportionnelle au temps de trajet t , et que le coefficient de proportionnalité est la vitesse moyenne. Donc $v = d \div t$



Exemple : Rouler à 150km/h revient à parcourir 150km en 60min. On sait qu'un train a roulé à 150km/h pendant 3h40. Quelle distance a-t-il parcouru ?

Premièrement : $3h40 = 3 \times 60 + 40 = 220min$
 Finalement $x = 150 \times 220 \div 60 = 550$. Donc 550km.

Temps (min)	60	220
Distance (km)	150	x

Vidéos :	Convertir des unités de grandeur quotient
	https://www.youtube.com/watch?v=5LaL_SJVL0I&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=11
	Effectuer des calculs de vitesse
	https://www.youtube.com/watch?v=1t6fCpwVT6o&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=12

2) Echelles

Définition : L'*échelle* d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées dans la même unité : $échelle = \frac{\text{distance sur un plan}}{\text{distance réelle}}$. Si la distance réelle est plus petite que celle sur le plan, l'échelle est un *agrandissement*. Si la distance réelle est plus grande que la distance sur le plan, c'est une *réduction*.

Exemples :

- Le site internet Google Maps nous donne cette capture d'écran. A l'aide de la carte et de l'échelle fournie, estimer la distance entre le musée du Louvre et la place de la Concorde. (1,2km)



• Si un plan d'une ville est à l'échelle $\frac{1}{4000}$, ceci signifie qu'une distance de 1cm sur le plan correspond à une distance de 4000cm en taille réelle, soit 40m. Comme la situation est une situation de proportionnalité, on peut alors déduire des distances en taille réelle à partir des distances du plan. Par exemple, 3,5cm sur le plan représentent alors 140m en taille réelle.

• En SVT, après avoir observé un pétale de fleur au microscope, on vous demande de réaliser un schéma à l'échelle 50, signifiant que 1mm sur le pétale devra correspond à 50mm = 5cm sur votre feuille. Si le pétale fait 2,7mm de long, alors votre schéma devra être long de 135mm = 13,5 cm.

Remarque : Pour illustrer, les tableaux de proportionnalité utilisés sont les suivants :

Maps	...	...
Taille réelle	...	...

Taille plan (cm)	1	3,5
Taille réelle (m)	40	140

Taille schéma (cm)	5	13,5
Taille réelle (mm)	1	2,7

Vidéos : Utiliser une échelle
https://www.youtube.com/watch?v=-nKF5P_xxyQ&ab_channel=YvanMonka
 Calculer une échelle
https://www.youtube.com/watch?v=82qxwdhWYq8&ab_channel=YvanMonka

EXERCICES – CHAPITRE 4

1) Rappel sur la proportionnalité, p127

5 Avec 75 bouteilles en plastique, on fabrique trois pulls en maille polaire. Calcule le nombre de pulls fabriqués avec 825 bouteilles plastiques.



Nombre de bouteilles		
Nombre de pulls		x

6 Une voiture consomme en moyenne 4,9 L de gasoil pour 100 km parcourus. Quelle quantité de gasoil utilisera-t-elle pour parcourir 196 km ?

7 Steeve a téléchargé un fichier de 275 Mo en 44 secondes. La durée de téléchargement est proportionnelle à la taille du fichier téléchargé.

a. Complète le tableau suivant. Tu détailleras tes calculs.

Taille du fichier (Mo)	275		740	
Durée de téléchargement (s)	44	208		10

b. En dix minutes, Steeve peut-il télécharger un fichier de 4 Go ? Explique ta réponse.

c. Donne, en Mo/s, le débit de la connexion internet de Steeve.

II) Applications de la proportionnalité

1) Vitesse moyenne, p.133

1 Convertis ces durées en heure décimale.

Durée	15 min	24 min	30 min
Heure décimale			

Durée	36 min	45 min	48 min
Heure décimale			

3 Lisa et Aymeric ont chacun un scooter. Ils doivent rejoindre leurs copains à la piscine qui est à 8 km de chez eux.

a. Lisa roule en moyenne à 40 km/h. Combien de temps, en minutes, mettra-t-elle pour aller à la piscine ?

.....
.....
.....

5 Sur son vélo, Léa parcourt 6,3 km en 21 min.

a. Convertis 21 minutes en heure décimale.

.....
.....

b. Quelle est sa vitesse en km/h ?

.....
.....
.....

6 Chris fait une course à vélo tout terrain (VTT).

a. Il est parti à 9 h 33 de chez lui et termine sa course à 10 h 26. Quelle est la durée, en minutes, de sa course ?

.....
.....
.....

2 Convertis en minutes.

Durée	0,2 h	0,7 h	0,9 h
Minutes			

Durée	$\frac{1}{3}$ h	$\frac{2}{3}$ h	$\frac{5}{6}$ h
Minutes			

b. Aymeric est plus pressé, il roule en moyenne à 48 km/h. Calcule, en minutes, le temps qu'il mettra pour retrouver ses copains à la piscine.

.....
.....
.....

c. Combien de temps Aymeric a-t-il gagné par rapport à Lisa ?

.....

c. À cette vitesse, quelle distance parcourt-elle...

• en 48 min ?

.....

• en 2 h 12 min ?

.....

b. Il a parcouru 11 km lors de cette course. Montre que sa vitesse moyenne est d'environ 12,5 km/h.

.....
.....
.....

2) Echelles, issus du manuel de 5e, p139, 140.

1 Calcul de l'échelle de la carte

a. Sur une carte, la distance entre deux villes est de 5 cm. En réalité, elle est de 15 km.

Plan	5 cm	1 cm
Réalité	15 km	 km

1 cm sur le plan représente cm en réalité, donc l'échelle est de

b. Sur une carte où 2 cm représentent 800 m...

Plan	2 cm	1 cm
Réalité	800 m	 m

1 cm sur le plan représente cm en réalité, donc l'échelle est de

c. Sur une carte où 0,5 cm représente 2 000 m...

Plan	0,5 cm	1 cm
Réalité	2 000 m	 m

1 cm sur le plan représente cm en
réalité, donc l'échelle est de

2 Micropolis

a. Une fourmi mesure en réalité environ 6 mm. Quelle est sa taille sur un schéma à l'échelle 4/1 ?

.....

.....

b. L'iris de notre œil peut être vu comme un cercle d'environ 8 mm de diamètre. Quelle est sa taille si on le représente à l'échelle 8/1 ?

.....

.....

c. Sur un schéma du cœur à l'échelle 3/1, le diamètre de l'aorte est 4,5 cm. Quel est son diamètre réel ?

.....

.....

5 Une maquette de voiture est proposée à plusieurs échelles.

Dans la réalité, la voiture a ces dimensions :

- longueur : 457 cm ;
- largeur : 177,8 cm ;
- hauteur : 130,2 cm.

Complète le tableau en effectuant les calculs nécessaires et en arrondissant au mm.

Échelle	1/87	1/50	1/43	1/24
Longueur				
Largeur				
Hauteur				

2 Complète les phrases suivantes.

a. 1 cm sur le plan correspond à 50 cm en

L'échelle du plan est donc : /

b. 1 cm sur le plan correspond à 5 000 cm en

L'échelle du plan est donc : /

c. 1 cm sur le plan correspond à 1 km en

1 km = cm.

L'échelle du plan est donc : /

1 Un horloger réalise le plan d'un mécanisme de montre à l'échelle 10/1.

a. Quelle est la dimension sur le plan d'une pièce qui mesure en réalité 1,2 cm ?

.....

.....

b. Il dessine le boîtier (rond) de la montre à l'aide d'un cercle de 15 cm de rayon. Quelle est sa dimension dans la réalité ?

.....

.....

