#### CHAPITRE 1 – CALCUL FRACTIONNAIRE

# I) Additions et soustractions

<u>Règle n°1</u>: Pour additionner (ou soustraire) deux fractions possédant le même dénominateur, on additionne (ou soustrait) leurs numérateurs, sans toucher au dénominateur.

**Exemples:** 
$$\frac{11}{3} + \frac{4}{3} = \frac{11+4}{3} = \frac{15}{3} = \frac{5}{1} = 5$$
  $\frac{18}{7} - \frac{12}{7} = \frac{18-12}{7} = \frac{6}{7}$ 

**<u>Remarque</u>**: On additionne JAMAIS les dénominateurs entre eux. Donc  $\frac{11}{3} + \frac{4}{3} \neq \frac{11+4}{3+3} = \frac{15}{6}$ 

<u>Règle n°2</u>: Pour additionner (ou soustraire) deux quotients ayant des dénominateurs différents, on les met d'abord au même dénominateur, puis on utilise la *Règle n°1*.

Exemples: 
$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{-1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{1}{4} = \frac{-2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{-2+1}{4} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

4 est multiple de 2 (précisément  $4 = 2 \times 2$ ), donc ici il suffit de modifier la première fraction pour obtenir une fraction égale dont le dénominateur est 4.

Si les dénominateurs de sont pas multiples l'un de l'autre, la règle ne diffère absolument pas de la *Règle n°2*. Il faut toujours réduire ces fractions au même dénominateur avant le calcul. Voici deux exemples :

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{7} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} - \frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{14}{21} - \frac{12}{21} = \frac{2}{21}$$

Pour trouver un dénominateur commun, on détermine le plus petit multiple commun aux deux dénominateurs. Ici, le premier nombre à apparaître à la fois dans la table de 3 et la table de 7 est 21. On transforme alors toutes les fractions pour que leur dénominateur soit 21.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}$$

Parfois, le plus petit multiple commun entre les deux dénominateurs n'est pas la multiplication de l'un par l'autre. Ici, bien que  $4\times6=24$ , le plus petit multiple commun entre 4 et 6 est 12. On préferera de ce fait prendre 12, car plus les nombres à manipuler sont petits, plus c'est facile.

**Vidéos :** Effectuer des additions et soustractions de fractions (1)

https://www.youtube.com/watch?v=IGShZVQIXMQ&list=PLVUDmbpupCaorU\_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=18

Effectuer des additions et soustractions de fractions (2)

https://www.youtube.com/watch?v=9dxCWIdbXXU&list=PLVUDmbpupCaorU\_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=19
Exercice: effectuer des additions et soustractions de fractions

https://www.youtube.com/watch?v=wfzLW6oF7VY&list=PLVUDmbpupCaorU\_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=19

Effectuer des additions et soustractions de fractions – avec relatifs (1)

https://www.youtube.com/watch?v=XcsbENjMFZo&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88\_ytmvpc&index=5

Effectuer des additions et soustractions de fractions – avec relatifs (2)

https://www.youtube.com/watch?v=nsc675xcjPc&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88\_ytmvpc&index=6
Appliquer la règle des signes sur une fraction

https://www.youtube.com/watch?v=Bf11wk3SMTY&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88\_ytmvpc&index=4

EXERCICE : effectuer des additions et soustractions de fractions – avec relatifs

https://www.youtube.com/watch?v=lkeDMxq7kPs&list=PLVUDmbpupCarGS939904Ylbb88 ytmvpc&index=7

## II) Multiplications et divisions

#### 1) Multiplication, simplification

<u>Propriété</u>: Pour multiplier deux fractions entre-elles, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Précisément, si a,b,c,d sont des nombres relatifs et b et d sont non-nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Particulièrement, si on multiplie la fraction par un nombre relatif c, alors :

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a}{b} \times \frac{c}{1} = \frac{a \times c}{b \times 1} = \frac{a \times c}{b}$$

**Exemples:** 
$$\frac{7}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{7 \times 5}{2 \times 4} = \frac{35}{8}$$
;  $\frac{-2}{3} \times \frac{1}{-4} = \frac{-2 \times 1}{3 \times (-4)} = \frac{-2}{-12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ;  $\frac{3}{11} \times 7 = \frac{3}{11} \times \frac{7}{1} = \frac{3 \times 7}{11 \times 1} = \frac{21}{11}$ 

On rappelle que simplifier une fraction, c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre (le plus grand diviseur commun en général) afin d'obtenir une fraction égale dont les nombres sont plus petits, et par conséquents plus manipulables.

Exemple: 
$$\frac{120}{96} = \frac{120 \div 2}{96 \div 2} = \frac{60}{48} = \frac{60 \div 2}{48 \div 2} = \frac{30}{24} = \frac{30 \div 6}{24 \div 6} = \frac{5}{4}$$

**Remarque :** On peut alors déterminer le plus grand diviseur commun des deux nombres de départs en multipliant les nombres par lesquels on a simplifié successivement. Ici, c'est  $2 \times 2 \times 6 = 24$ .

**Définition**: Si une fraction ne peut plus être simplifiée, on dit qu'elle est *irréductible*.

**Exemple :** Vus précédemment, 
$$\frac{16}{7}$$
,  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{5}{4}$  sont irréductibles.

Cependant, la simplification peut parfois s'effectuer avant le calcul, et c'est notamment le cas lorsque l'on multiplie des fractions entre elles.

<u>Propriété</u>: Dans un produit de fractions, il est possible de simplifier le numérateur d'une fraction avec le dénominateur d'une autre fraction.

Exemples: 
$$\cdot \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$$
 On simplifie les 3 ensemble, les 5 ensemble, les 6 ensemble.

• 
$$\frac{10}{6} \times \frac{3}{15} \times \frac{9}{4} = \frac{2}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

Ici, on simplifie d'abord 10 et 15 ensemble, puis 3 et 6 ensemble. On se rend compte après simplification qu'un 2 apparait au numérateur et au dénominateur (2 sur 2), la fraction vaudra donc 1. Reste un produit de fractions, qui est encore simplifiable par 3, avant d'obtenir le résultat final.

<u>Vidéos</u>: Effectuer des multiplications de fractions (1)

https://www.youtube.com/watch?v=j27kXXrw3Xk&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88\_ytmvpc&index=9

Effectuer des multiplications de fractions (2)

https://www.youtube.com/watch?v=gReBtrld7xU&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88\_ytmvpc&index=10 Effectuer des multiplications de fractions avec relatifs

https://www.youtube.com/watch?v=9nwZMLmoag8&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88\_ytmvpc&index=12 EXERCICE: Effectuer des multiplications de fractions avec relatifs

https://www.youtube.com/watch?v=EdHRRZJI0SA&list=PLVUDmbpupCarGS939904YIbb88 ytmvpc&index=12

Trouver des fractions égales

https://www.youtube.com/watch?v=6AiX2DuI03Q&list=PLVUDmbpupCaorU\_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=7 Simplifier une fraction (1)

https://www.youtube.com/watch?v=g5oV2wC6RfU&list=PLVUDmbpupCaorU\_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=8 Simplifier une fraction (2)

https://www.youtube.com/watch?v=6ce96Tze9nI&list=PLVUDmbpupCaorU\_NqVot4wsX1uyOIEKeG&index=9

#### 2) Division de fractions

**Propriété**: L'inverse de tout nombre relatif x non-nul est  $\frac{1}{x}$ 

**Exemples**: L'inverse de 7 est  $\frac{1}{7}$ , celui de -3 est  $\frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$  . 0,25 est celui de 4 car  $\frac{1}{4} = 0,25$ 

**<u>Propriété</u>**: Pour a et b relatifs non-nuls, l'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$ . En effet  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{ab}{ab} = 1$ 

**Exemples**: L'inverse de  $\frac{3}{7}$  est  $\frac{7}{3}$ , celui de  $\frac{1}{13}$  est  $\frac{13}{1}$ =13

<u>Propriété</u>: Diviser un quotient par un nombre relatif ou par une fraction revient le à multiplier par l'inverse du nombre ou de la fraction.

**Exemples:**  $\frac{6}{11} \div 2 = \frac{6}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{22}$ ;  $\frac{-5}{4} \div \frac{9}{7} = \frac{-5}{4} \times \frac{7}{9} = \frac{-5 \times 7}{4 \times 9} = \frac{-35}{36}$ ;  $-\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} = -\frac{1}{3} \times \frac{9}{1} = -\frac{9}{3} = -3$ 

**Vidéos :** Déterminer l'inverse d'un nombre

https://www.youtube.com/watch?v=0rn5R3-vutQ&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88\_ytmvpc&index=13

Effectuer des divisions de fractions

https://www.youtube.com/watch?v=jRgzBx3Fziw&list=PLVUDmbpupCarGS9399o4YIbb88 ytmvpc&index=15

# III) Calcul avec les quatre opérations

Pour effectuer un calcul de fractions où se trouvent les quatre opérations, on respecte les règles de calcul précédentes ainsi que les priorités opératoires que l'on rappelle ici :

Parenthèses → Multiplications et divisions → Additions et soustractions (le tout de gauche à droite à priorité égale)

Il n'y pas de règle supplémentaire. On pensera également à écrire le résultat final ou tout résultat intermédiaire sous la forme d'une fractions simplifiée, voir irréductible.

**Exemples:** 

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{1}{2} + \frac{18}{20} = \frac{10}{20} + \frac{18}{20} = \frac{28}{20} = \frac{7}{5}$$
 (opération prioritaire, réd. au même dénominateur) 
$$(\frac{9}{4} - \frac{7}{3}) \div \frac{5}{2} = (\frac{27}{12} - \frac{28}{12}) \div \frac{5}{2} = \frac{-1}{12} \div \frac{5}{2} = \frac{-1}{12} \times \frac{2}{5} = \frac{-1}{6} \times \frac{1}{5} = -\frac{1}{30}$$
 (simplifications)

# EXERCICES – CHAPITRE 1

Pour ce chapitre, les exercices sont issus du manuel de 4ème.

# I) Additions et soustractions, p.27, 28

1 Réduis au même dénominateur, calcule puis simplifie lorsque c'est possible.

$$A = \frac{5}{6} + \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{5}{6} + \frac{1 \times \dots}{2 \times \dots}$$

$$A = \frac{5}{6} + \frac{....}{....}$$

$$B = \frac{3}{5} + \frac{7}{10}$$

$$B = \frac{3 \times \dots}{5 \times \dots} + \frac{7}{10}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots} + \frac{7}{10}$$

$$C = \frac{8}{3} + 1$$

$$D=4+\frac{3}{4}$$

$$\mathsf{D} \equiv \dots \dots$$

$$E = \frac{5}{9} - \frac{2}{3}$$

$$F = \frac{7}{6} - \frac{13}{30}$$

$$G = 2 - \frac{4}{7}$$

$$H = \frac{8}{9} - 5$$

$$\mathsf{H} = \dots \dots$$

Réduis au même dénominateur, calcule puis simplifie lorsque c'est possible.

$$J = \frac{5}{2} + \frac{8}{3}$$

$$K=\frac{4}{7}+\frac{1}{6}$$

$$L=\frac{7}{4}+\frac{3}{5}$$

$$M=\frac{6}{5}+\frac{5}{6}$$

$$N = \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$$

$$P = \frac{3}{7} - \frac{7}{8}$$

$$R = \frac{8}{9} - \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{11}{10} - \frac{4}{3}$$

1 Réduis au même dénominateur, calcule puis simplifie lorsque c'est possible.

$$A = \frac{3}{4} + \frac{7}{6}$$

$$A = \frac{3 \times ...}{4 \times ...} + \frac{7 \times ...}{6 \times ...}$$

$$A = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots}$$

$$B=\frac{9}{10}+\frac{5}{8}$$

$$A = \frac{3 \times ...}{4 \times ...} + \frac{7 \times ...}{6 \times ...} \qquad B = \frac{9 \times ...}{10 \times ...} + \frac{5 \times ...}{8 \times ...} \qquad C = ...$$

$$C = \frac{9}{14} + \frac{5}{6}$$

$$D = \frac{5}{6} + \frac{1}{8}$$

Même énoncé qu'à l'exercice 1.

$$T = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30}$$

$$V = \frac{1}{2} + \frac{5}{4} + \frac{4}{5}$$

$$W = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$$

$$Y = \frac{4}{9} + \frac{8}{15} - \frac{2}{3}$$

 $U = \frac{7}{6} + \frac{5}{12} + \frac{3}{16}$ 

$$Z = \frac{1}{6} - \frac{8}{27} - \frac{7}{18}$$

# II) Multiplications et divisions

### 1) Multiplications, simplifications, p.32, 33

1 Complète les calculs suivants en utilisant la règle de multiplication.

$$A = \frac{4}{3} \times \frac{7}{5}$$

$$A = \frac{\dots \dots \times \dots \dots}{\dots \dots \times \dots \dots}$$

$$\mathsf{B} = \frac{5}{8} \times \frac{9}{8}$$

**a.**  $8 \times \frac{6}{7} = \frac{....}{...}$ 

**b.**  $\frac{3}{11} \times 7 = \frac{....}{11}$ 

**c.**  $5 \times \frac{13}{6} = \frac{....}{...}$ 

**d.**  $\frac{7}{8} \times 10 = \frac{....}{...}$ 

Calcule mentalement.

 $C = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{9}{4}$ 

$$D = \frac{5}{2} \times \frac{7}{6} \times \frac{1}{3}$$

**e.**  $6 \times \frac{9}{5} = \frac{....}{...}$ 

**f.**  $\frac{11}{9} \times 4 = \frac{....}{}$ 

**g.**  $2 \times \frac{23}{31} = \frac{\dots}{1}$ 

**h.**  $\frac{12}{17} \times 3 = \frac{\dots}{17}$ 

Même énoncé qu'à l'exercice 2.

**a.** 
$$\frac{5}{9} \times \frac{8}{3} = \frac{\dots}{\dots}$$

**b.** 
$$\frac{11}{2} \times \frac{3}{14} = \frac{\dots}{\dots}$$

c. 
$$\frac{7}{8} \times \frac{1}{10} = \frac{\dots}{\dots}$$

**d.** 
$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{\dots}{\dots}$$

**e.** 
$$\frac{7}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{\dots}{\dots}$$

**f.** 
$$\frac{6}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{\dots}{\dots}$$

**g.** 
$$\frac{2}{9} \times \frac{4}{11} = \frac{\dots}{\dots}$$

**h.** 
$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{\dots}{1}$$

4 Calcule mentalement en simplifiant.

**a.** 
$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{\dots}{\dots}$$

**b.** 
$$\frac{41}{13} \times \frac{13}{27} = \frac{\dots}{\dots}$$

c. 
$$\frac{32}{14} \times \frac{15}{32} = \frac{\dots}{\dots}$$

**d.** 
$$\frac{99}{100} \times \frac{100}{101} = \frac{\dots}{\dots}$$
 **i.**  $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{97}{8} = \frac{\dots}{\dots}$ 

**e.** 
$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots}$$
 **j.**  $\frac{6}{5} \times \frac{9}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{\dots}{\dots}$ 

**f.** 
$$\frac{2}{7} \times \frac{7}{11} \times \frac{7}{9} = \frac{\dots}{1}$$

**b.** 
$$\frac{41}{13} \times \frac{13}{27} = \frac{\dots}{\dots}$$
 **g.**  $\frac{17}{23} \times \frac{4}{17} \times \frac{23}{15} = \frac{\dots}{\dots}$ 

**h.** 
$$\frac{9}{8} \times \frac{8}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{....}{...}$$

i. 
$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{97}{8} = \frac{\dots}{1}$$

j. 
$$\frac{6}{5} \times \frac{9}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{....}{...}$$

Calcule puis donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$$A = \frac{40}{27} \times \frac{36}{25}$$

$$D = \frac{42}{99} \times \frac{9}{35}$$

Même énoncé qu'à l'exercice 1.

$$L=\frac{64}{33}\times\frac{77}{72}$$

$$P = \frac{39}{-24} \times \frac{18}{65}$$



$B = \frac{50}{-21} \times \frac{28}{15}$	$E = \frac{-32}{45} \times \frac{-63}{16}$	$M = \frac{45}{49} \times \frac{35}{54}$	$R = \frac{63}{25} \times \frac{40}{81}$
		$N = \frac{55}{48} \times \frac{15}{22}$	$S = \frac{8}{21} \times \frac{27}{16}$
$C = \frac{54}{55} \times \frac{33}{20}$	$F = \frac{77}{90} \times \frac{81}{44}$		

#### 2) Division, p. 37, 38

- 2 Complète les égalités à trous, puis le tableau.

- **b.**  $\frac{5}{3} \times \dots = 1$  **e.**  $\frac{13}{15} \times \dots = 1$  **c.**  $\frac{-9}{4} \times \dots = 1$  **f.**  $\frac{18}{11} \times \dots = 1$

Nombre	7/2	<u>5</u> 3	<u>- 9</u> 4	1 17	13 15	18 11
Inverse						

6 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction.

$$A=5\div\frac{3}{4}$$

$$C = \frac{13}{11} \div 6$$

$$C = \frac{13}{11} \div 6$$

$$B=1\div\frac{7}{12}$$

$$D = \frac{1}{4} \div (-2)$$

Calcule et donne le résultat sous la forme

$$\mathsf{E} = \frac{5}{7} \div \frac{8}{11}$$

$$H = \frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$$


$$F = \frac{4}{9} \div \frac{1}{4}$$

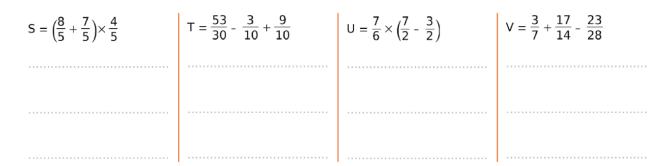
$$J = \frac{-9}{10} \div \frac{5}{11}$$


$$G = \frac{5}{3} \div \frac{7}{2}$$

$$K = \frac{6}{7} \div \frac{5}{4}$$

III) Calcul avec les quatre opérations, p. 39
 En respectant les priorités opératoires, calcule les expressions suivantes.

$N = \frac{8}{5} + \frac{7}{5} \times \frac{4}{5}$	$P = \frac{53}{30} - \left(\frac{3}{10} + \frac{9}{10}\right)$	$Q = \frac{7}{6} \times \frac{7}{2} - \frac{3}{2}$	$R = \frac{3}{7} + \left(\frac{17}{14} - \frac{23}{28}\right)$



4 Calcule en respectant les priorités opératoires.

$W = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{16}{9}$	$X = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{16}{9}$	$Y = \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$	$Z = \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)$