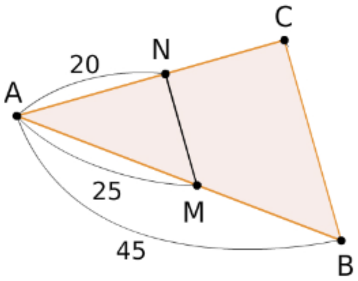
CHAPITRE 10 – THÉORÈME DE THALÈS

I) Le théorème de Thalès

Théorème : Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A. On considère B et M deux points distincts de (d), et C et N deux points distincts de (d'). Si (BC) // (MN), alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

Exemple :

> Dans le triangle ABC, M ∊ [AB], N ∊ [AC] et les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
> Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$, ce qui donne, en remplaçant par les longueurs connues : $\frac{25}{45}=\frac{20}{AC}=\frac{MN}{BC}$.



Notez bien qu'il aurait été impossible de déterminer BC ou MN : il faut nécessairement l'une des deux données pour déterminer l'autre. En clair, si l'on connaît un des côtés, on peut déterminer le côté manquant correspondant.

Calcul de AC :

$\frac{25}{45}=\frac{20}{AC}$ donc $25 \times AC = 45 \times 20$

$AC = \frac{45 \times 20}{25}$

donc AC = 36 mm

Remarques :

• Le théorème de Thalès est une application de la proportionnalité. En effet, on aurait pu dresser le tableau suivant puis traiter ce problème comme un problème de proportionnalité.

Petit côté	3 (AB)	? (AC)
Grand côté correspondant	7 (AM)	4 (AN)

• On peut constater que les deux triangles sont deux triangles semblables au sens du *Chapitre 7*.

Vidéos : Le cours – Théorème de Thalès
https://www.youtube.com/watch?v=JpU7X7AhB-A&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=1
Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès (1)
https://www.youtube.com/watch?v=zP16D2Zrv1A&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=3
Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès (2)
https://www.youtube.com/watch?v=RnN4UtfUkI8&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=4
Résoudre un problème à l'aide du théorème de Thalès
https://www.youtube.com/watch?v=hmJQNkpi0gI&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=5
EXERCICE : Résoudre un problème à l'aide du théorème de Thalès
https://www.youtube.com/watch?v=3lCqoS2IxGQ&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=6

II) La réciproque du théorème de Thalès

Tout comme le théorème de Pythagore vu plus tôt dans l'année, le théorème de Thalès fonctionne dans les deux sens. On a alors l'énoncé réciproque suivant :

Théorème : Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A. On considère B et M deux points distincts de (d), et C et N deux points distincts de (d'). Si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$, alors (MN) // (BC).

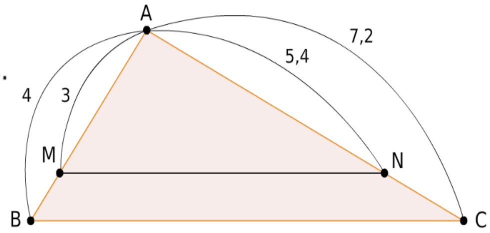
Remarque : Évidemment, si l'égalité n'est pas vérifiée, alors les droites ne sont pas parallèles !

Exemple : Dans le triangle ci-dessous, les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Dans le triangle ABC, M $\in$ [AB] et N $\in$ [AC]. On calcule séparément les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

D'une part, $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$. D'autre part, $\frac{AN}{AC} = \frac{5,4}{7,2} = \frac{54}{72} = \frac{\cancel{18} \times 3}{\cancel{18} \times 4} = \frac{3}{4}$.

On constate que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



Remarque : Ceci n'est qu'une seule des configuration possible pour utiliser le théorème de Thalès. L'autre configuration appelée « Thalès en papillon », sera vue l'an prochain. Elle concerne le cas où les deux triangles ne sont pas emboîtés l'un dans l'autre.

Vidéos : Le cours
https://www.youtube.com/watch?v=_6d-3GHwKRc&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=2
Appliquer la réciproque du théorème de Thalès (1)
https://www.youtube.com/watch?v=U9XX5w8FeOI&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=7
Appliquer la réciproque du théorème de Thalès (2)
https://www.youtube.com/watch?v=-hb1F24QsrI&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=8
EXERCICE : Appliquer la réciproque du théorème de Thalès et sa réciproque (1)
https://www.youtube.com/watch?v=YfTp0mBBexQ&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=9
EXERCICE : Appliquer la réciproque du théorème de Thalès et sa réciproque (2)
https://www.youtube.com/watch?v=4jYzkihBG_c&list=PLVUDmbpupCaqDDhBn9p_n1heduTYLK109&index=10

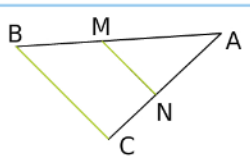
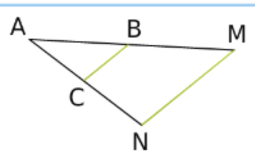
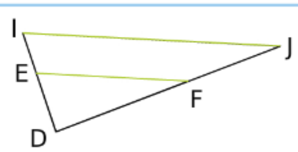
EXERCICES – CHAPITRE 10

I) Le théorème de Thalès, p77-78

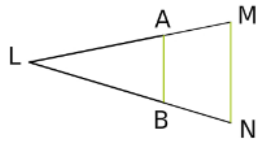
1 Complète les pointillés pour que les rapports soient égaux.

a. $\frac{4}{5} = \frac{......}{7,5}$	**b.** $\frac{9}{12} = \frac{6}{......}$	**c.** $\frac{......}{4,2} = \frac{5}{6}$	**d.** $\frac{7}{......} = \frac{10,5}{15}$	**e.** $\frac{3}{8} = \frac{......}{12}$	**f.** $\frac{2,4}{3} = \frac{4}{......}$
g. $\frac{......}{14} = \frac{7,5}{10,5}$	**h.** $\frac{2,1}{......} = \frac{3}{7}$	**i.** $\frac{7}{11} = \frac{......}{9,9}$	**j.** $\frac{7,8}{......} = \frac{6}{6,5}$	**k.** $\frac{4,5}{6} = \frac{36}{......}$	**l.** $\frac{4,7}{6,3} = \frac{......}{32,76}$

2 Les droites en vert sont parallèles. Retrouve, pour chaque figure, les deux triangles et les deux droites parallèles puis écris l'égalité de rapports correspondante.

a. 	**b.** 	**c.** 
Petit triangle :	Petit triangle :	Petit triangle : ....
Grand triangle :	Grand triangle :	Grand triangle : ....
Droites : (...........) // (...........)	Droites : (...........) // (...........)	Droites : (...........) // (...........)
$\frac{........}{........} = \frac{........}{........} = \frac{........}{........}$	$\frac{........}{........} = \frac{........}{........} = \frac{........}{........}$	$\frac{........}{........} = \frac{........}{........} = \frac{........}{........}$

d.



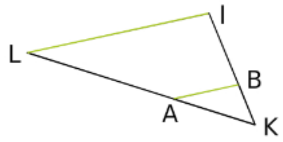
Petit triangle : …………

Grand triangle : …………

Droites : (…………) // (…………)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

e.



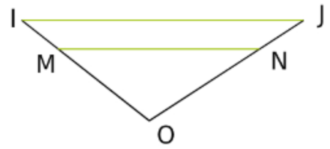
Petit triangle : …………

Grand triangle : …………

Droites : (…………) // (…………)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

f.



Petit triangle : …………

Grand triangle : …………

Droites : (…………) // (…………)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

3 En te référant à l'exercice **2**, écris puis résous l'équation permettant de retrouver le côté manquant.

a. AM = 5 ; AB = 6 ; AC = 7,2
Calcule AN.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc AN = ……

b. AB = 2 ; AC = 2,5 ; AM = 8
Calcule AN.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc AN = ……

c. DE = 7 ; DF = 8 ; DI = 8,4
Calcule DJ.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc DJ = ……

d. LB = 3 ; LN = 18 ; AB = 2
Calcule MN.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc MN = ……

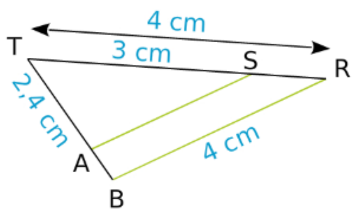
e. KA = 9 ; KL = 11 ; LI = 16,5
Calcule AB.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc AB = ……

f. OI = 6 ; OM = 1,5 ; IJ = 4,4
Calcule MN.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc MN = ……

2 Les droites (AS) et (BR) sont parallèles. On veut calculer AS et TB. Complète les pointillés.



Dans le triangle BRT, S ∈ [TR], …… ∈ ……… et

(AS) …. (BR). Donc, d'après le théorème de Thalès,

on a : $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

<u>Calcul de TB</u> :

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit TB = $\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots}$

Donc TB = ……… cm.

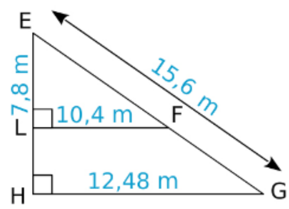
<u>Calcul de AS</u> :

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit AS = $\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots}$

Donc AS = ………… cm.

4 On considère la figure ci-contre.



a. Que dire des droites (LF) et (HG) ?

……………………………………

……………………………………

b. Calcule EH et EF.

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

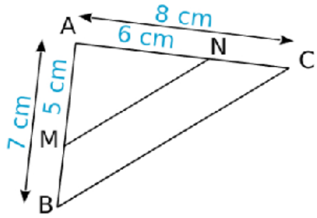
……………………………………………………………

……………………………………………………………

II) Réciproque du théorème, p.80

3 Les points A, M, B sont alignés, ainsi que les points A, N et C.

On veut montrer que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.



a. Calcule et compare les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

$\frac{AM}{AB}$ = ………………………… | $\frac{AN}{AC}$ = …………………………

…………………………………………………………………………………

b. Conclus.

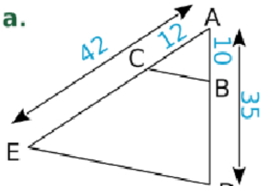
…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

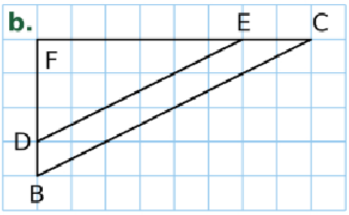
2 Dans chaque cas, démontre que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

a.



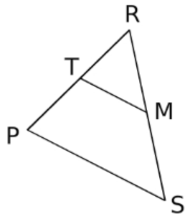
(longueurs en m)

b.



1 Sur la figure ci-contre, RM = 4 cm ; RS = 5 cm ; RT = 6 cm et RP = 7,5 cm. Les points R, T et P sont alignés, ainsi que les points R, M et S.

On veut montrer que les droites (MT) et (SP) sont parallèles.



a. Compare les rapports $\frac{RM}{RS}$ et $\frac{RT}{RP}$.

$\frac{RM}{RS}$ = ………………………… | $\frac{RT}{RP}$ = …………………………

…………………………………………………………………………………

b. Précise la disposition des points.

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

c. Conclus.

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………