CHAPITRE 8 – PROBABILITÉS

I) Rappels de probabilités – 5ème

Définition : Une *expérience* est *aléatoire* lorsqu'elle a plusieurs résultats possibles et qu'on ne peut pas prévoir quel résultat se produira. Chaque résultat possible est une *issue* de l'expérience. Etant donnée une expérience aléatoire, un *évènement* est un ensemble d'issues ; dans le cas d'une seule issue, on dit qu'il s'agit d'un *évènement élémentaire*.

Exemple : Lancer un dé est une expérience aléatoire. S'il est à 6 faces, les évènements élémentaires sont : « obtenir 1 », « obtenir 2 », « obtenir 3 », « obtenir 4 », « obtenir 5 », « obtenir 6 ». On nomme A l'évènement « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 », réalisé par les issues 1 et 2.

Remarque : On nomme toujours les évènements pour mieux les manipuler. On utilisera en général une lettre qui évoque l'évènement auquel elle correspond. Par exemple, en tirant à pile ou face, on utilisera *P* pour l'évènement « *obtenir pile* » et *F* pour l'évènement « *obtenir Face* ».

Définition : La *probabilité* d'un évènement *E* est la grandeur par laquelle on évalue le nombre de chances qu'a cet événement de se produire

Exemple, notation : Dire que la probabilité de l'événement *E* est de 0,8 signifie qu'il a 80 % de chance de se produire, ou 8 chance sur 10. On écrit $P(E)=0{,}8$ qui se lit « *p de E est égal à 0,8* ».

Définition : Si toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit qu'on est en *situation d'équiprobabilité*.

Exemple : Tirer à pile ou face est une situation d'équiprobabilité. Lancer un dé à six faces, équilibré, est une situation d'équiprobabilité également.

II) Compléments de vocabulaire

Bien que le vocabulaire utilisé jusqu'à présent était amplement suffisant, nous allons donner ici quelques notions supplémentaires afin de faciliter la dénomination de certains évènements.

Définition : Un événement qui se produit toujours est un *évènement certain.* Sa probabilité est 1. Un évènement qui ne se produit jamais est un *évènement impossible* et sa probabilité est 0.

Exemples : Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, l'événement *S* : « *obtenir un nombre inférieur à 7* » est certain et l'évènement *T* : « *obtenir 10* » est impossible. On a P(*S*) = 1 et P(*T*) = 0.

Définition : L'*événement contraire* de A correspond à la non-réalisation de l'évènement A, on le note $\overline{A}$ qui se lit « A barre ».

Exemple : Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, l'événement « *obtenir un nombre pair* » est l'évènement contraire de « *obtenir un nombre impair* ».

Propriétés :
- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience est égale à 1.
- La probabilité de l'évènement contraire de A vaut $P(\overline{A})=1-P(A)$.

Exemple : Lorsqu'on lance un dé à 6 faces, l'événement « *ne pas obtenir 2* » est l'évènement contraire de « *obtenir 2* » donc sa probabilité est égale à $1-\frac{1}{6}=\frac{6}{6}-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$.

Vidéos :	Le cours : Probabilités
https://www.youtube.com/watch?v=uIO1gcQmtRw&list=PLVUDmbpupCaq378LItjzMDwQSCCLZ_hv3&index=1	
	Comprendre la notion de probabilités
https://www.youtube.com/watch?v=242ah8YiUZ4&list=PLVUDmbpupCaq378LItjzMDwQSCCLZ_hv3&index=2	
	Calculer une probabilité simple
https://www.youtube.com/watch?v=XTlxQPG5ehc&list=PLVUDmbpupCaq378LItjzMDwQSCCLZ_hv3&index=3	

III) Calcul des probabilités – cas général

Par cas général, on entend qu'ici la situation rencontrée n'est plus nécessairement une situation d'équiprobabilité. Il faut donc se servir au mieux des propriétés précédentes pour décrypter la situation. Donnons ici quelques méthodes à travers un exemple.

Exemple : On considère un dé mal équilibré. Si on le lance, certaines faces ont plus de chances d'apparaître que d'autres. On a les informations suivantes sur les faces du dé :

Face du dé	1	2	3	4	5	6
Probabilité d'apparition	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	??

1) Déterminer la probabilité manquante pour la face 6 :
Pour ceci, on se sert de la propriété qui indique que la somme des probabilités vaut 1. En additionnant les fractions obtenues, on obtient $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{3}=\frac{2}{12}+\frac{1}{12}+\frac{3}{12}+\frac{1}{12}+\frac{4}{12}=\frac{11}{12}$
Ceci signifie que la probabilité manquante est $\frac{1}{12}$ car $\frac{11}{12}+\frac{1}{12}=1$ ou $1-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$.

2) Déterminer la probabilité de l'évènement I « obtenir un nombre impair »
N'étant pas en situation d'équiprobabilité, on ne peut pas simplement répondre $\frac{1}{2}$, il nous faut additionner les probabilités de chaque issues impaires (on le peut car elles sont incompatibles) :

P(I) = P(« obtenir 1 ») +P(« obtenir 3 ») + P(« obtenir 5 ») = $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$.

3) En déduire la probabilité de P « obtenir un nombre pair »
Plutôt que de passer par le calcul, observons que P et I sont des évènements contraires. De ce fait, on peut rapidement affirmer que $P(P)=1-P(I)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$.

Vidéos :	Calculer la probabilité d'un événement contraire
https://www.youtube.com/watch?v=S6HpRIVaL5U&list=PLVUDmbpupCaq378LItjzMDwQSCCLZ_hv3&index=4	
	Calculer la probabilité à l'aide d'un événement contraire
https://www.youtube.com/watch?v=3u_yFS-xiHc&list=PLVUDmbpupCarU_2JQR0ANt8zKlZ-Yu3ck&index=6	
	EXERCICE : Calculer une probabilité (1)
https://www.youtube.com/watch?v=ROqkvyfAoeg&list=PLVUDmbpupCaq378LItjzMDwQSCCLZ_hv3&index=5	
	EXERCICE : Calculer une probabilité (2)
https://www.youtube.com/watch?v=ShIeriPx5eQ&list=PLVUDmbpupCaq378LItjzMDwQSCCLZ_hv3&index=6	

EXERCICES – CHAPITRE 8

I) Rappels de probabilités, p.148

1 Dans un jeu de société, les jetons sont des supports de format carré, de même couleur, sur lesquels une lettre de l'alphabet est inscrite. Le revers n'est pas identifiable. Il y a 100 jetons. Le tableau ci-dessous donne le nombre de jetons pour chacune des voyelles.

Lettres du jeu	A	E	I	O	U	Y
Effectif	9	15	8	6	6	1

On choisit au hasard une lettre de ce jeu.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre I ?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ?

c. Quelle est la probabilité d'obtenir une consonne ?

3 On écrit, sur les faces d'un dé équilibré à six faces, chacune des lettres du mot « **NOTOUS** ».

On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure.

a. Quelles sont les issues de cette expérience ?

Détermine la probabilité des évènements E.

b. E1 : « On obtient la lettre **O**. »

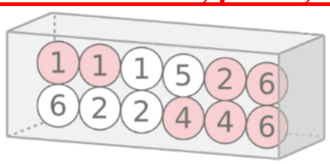
c. E2 : « On obtient une consonne. »

d. E3 : « On obtient une lettre du mot **KIWI**. »

e. E4 : « On obtient une lettre du mot **CAGOUS**.»

II) Compléments de vocabulaire, p.148, 149, 150

4 On considère une urne contenant des boules blanches ou rouges, et numérotées.



a. Si on s'intéresse à la couleur de la boule, quelles sont les issues possibles ?

b. Si on s'intéresse au numéro écrit sur la boule, quelles sont les issues possibles ?

c. Donne un évènement certain de se réaliser.

d. Donne un évènement impossible.

2 Sur le manège « Caroussel », il y a quatre chevaux, deux ânes, un coq, deux lions et une vache. Sur chaque animal, il y a une place. Vaite s'assoit au hasard sur le manège.

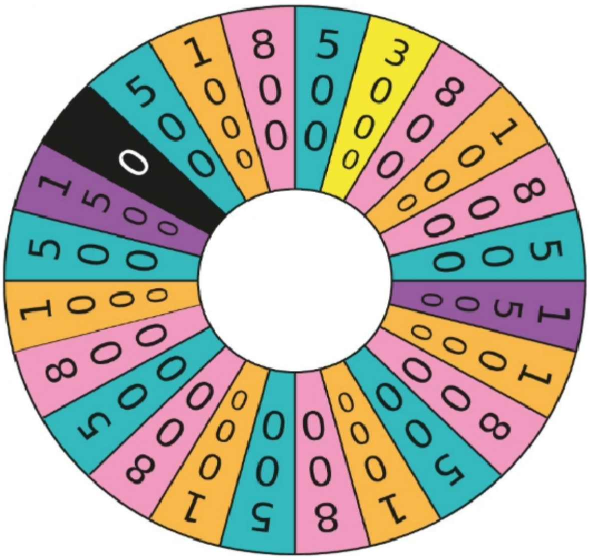
a. Quelle est la probabilité qu'elle monte sur un cheval ? Exprime le résultat, sous forme d'une fraction irréductible.

On considère les évènements suivants :
A : « Vaite monte sur un âne. »
C : « Vaite monte sur un coq. »
L : « Vaite monte sur un lion. »

b. Définis par une phrase l'évènement non L, puis calcule sa probabilité.

c. Quelle est la probabilité de l'évènement A ou C ?

1 On fait tourner la roue des euros.



Quelle est la probabilité...

a. de gagner 800 € ? ....

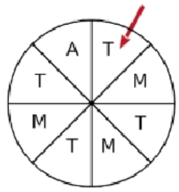
b. de gagner 1 500 € ? ....

c. de gagner 3 000 € ? ....

d. de gagner 1 000 € et plus ? ....

e. de ne pas perdre ? ....

2 À un stand du « Heiva », fête traditionnelle de Polynésie française, on fait tourner la roue de loterie ci-contre.



On admet que chaque secteur a autant de chances d'être désigné par la flèche rouge.

Les lettres A, T et M correspondent aux évènements suivants :

- A : « On gagne un autocollant. » ;
- T : « On gagne un tee-shirt. » ;
- M : « On gagne un tour de manège. ».

a. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

....

b. Quelle est la probabilité de l'évènement T ?

....

c. Quelle est la probabilité de l'évènement M ?

....

d. Exprime, à l'aide d'une phrase, ce qu'est l'évènement non A, puis donne sa probabilité.

....

....

III) Calcul des probabilités – cas général, p.148, 149, 150

1 On place des boules colorées, toutes indiscernables au toucher, dans un sac. Sur chaque boule, est inscrite une lettre. Le tableau suivant présente la répartition des boules.

Couleur / Lettre	Rouge	Vert	Bleu
A	3	5	2
B	2	2	6

a. Combien y a-t-il de boules dans le sac ?

....

b. On tire une boule au hasard, on note sa couleur et sa lettre.

- Vérifie qu'il y a une chance sur dix de tirer une boule bleue portant la lettre A.

....

....

- Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?

....

....

- A-t-on autant de chances de tirer une boule portant la lettre A, que de tirer une boule portant la lettre B ?

3 L'hôtel « la ora na » accueille 125 touristes :

- 55 Néo-Calédoniens dont 12 parlent également anglais ;
- 45 Américains parlant uniquement l'anglais ;
- le reste étant des Polynésiens dont 8 parlent également anglais.

Les Néo-Calédoniens et les Polynésiens parlent tous le français.

a. Si je choisis un touriste pris au hasard dans l'hôtel, quelle est la probabilité des évènements suivants :

- Évènement A : « Le touriste est un Américain. »
- Évènement B : « Le touriste est un Polynésien ne parlant pas anglais. »
- Évènement C : « Le touriste parle anglais. »

....

....

....

b. Si j'aborde un touriste dans cet hôtel, ai-je plus de chances de me faire comprendre en parlant en anglais ou en français ? Justifie ta réponse.

....

....

c.	Si on répète un grand nombre de fois cette expérience, la fréquence d'apparition d'une boule verte devrait être proche de 0,6.	
d.	On a 6 chances sur 4 d'obtenir une boule verte.	
e.	La probabilité de tirer une boule rouge est $\frac{2}{5}$.	

1 Une urne contient 4 boules rouges et 6 boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard. Réponds aux affirmations suivantes par Vrai (V) ou Faux (F).

a.	Il y a autant de chances d'avoir une boule verte qu'une boule rouge.	
b.	On a 4 chances sur 10 d'obtenir une boule verte.	

3 La 24e édition du Marathon International de Moorea a eu lieu le 18 février 2012. Des coureurs de différentes origines ont participé à ce marathon :

- 90 coureurs provenaient de Polynésie Française, dont 16 étaient des femmes ;
- 7 coureurs provenaient de France Métropolitaine, dont aucune femme ;
- 6 provenaient d'Autriche, dont 3 femmes ;
- 2 provenaient du Japon, dont aucune femme ;
- 11 provenaient d'Italie, dont 3 femmes ;
- 2 provenaient des États-Unis, dont aucune femme ;
- un coureur homme était Allemand.

a. Complète le tableau ci-dessous à l'aide des données de l'énoncé.

				Japon			
Homme							
Femme							

b. Combien de coureurs ont participé à ce marathon ? ....

À la fin du marathon, on interroge un coureur au hasard. Quelle est la probabilité que ce coureur...

c. soit une femme autrichienne ? ....

d. soit une femme ? ....

e. soit un homme polynésien ? ....

f. ne soit pas japonais ? ....

g. Vaitea dit que la probabilité d'interroger un coureur homme polynésien est exactement trois fois plus grande que celle d'interroger un coureur homme non polynésien. A-t-il raison ? Explique pourquoi.