

## CHAPITRE 14 – CALCUL LITTÉRAL

### I) Vérifier une égalité

**Définition :** Une *égalité* est une expression constituée de deux *membres* séparés par le signe « = ». L'expression à gauche du symbole « = » s'appelle le *membre de gauche*, et l'expression à droite du symbole « = » s'appelle le *membre de droite*.

**Exemple :**  $5 \times 4 = 12 + 8$  est une égalité,  $5x - 4 = 11$  en est une aussi. Dans la première égalité, le membre de gauche est  $5 \times 4$ , et dans la seconde c'est  $5x - 4$ . Dans la première égalité, le membre de droite est  $12 + 8$ , et dans la seconde c'est 11. La première égalité est toujours vraie, les membres valent 20 et ne varient pas. Cependant la deuxième égalité dépend de la valeur que l'on donne à  $x$  et on peut alors énoncer ce qui suit :

**Propriété :** Une égalité contenant des expressions littérales peut être *vraie* lorsqu'on affecte certaines valeurs aux lettres, *et fausse* pour d'autres valeurs.

**Exemple :** L'égalité  $5x - 4 = 11$  est vraie pour  $x = 3$  mais fausse pour  $x = 2$ .  
En effet :  $5 \times 3 - 4 = 15 - 4 = 11$  et  $5 \times 2 - 4 = 10 - 4 = 6 \neq 11$

**Méthode :** Pour tester une égalité :

- 1) On calcule le membre de gauche (en remplaçant les lettres par les nombres donnés).
- 2) On calcule le membre de droite.
- 3) On compare les deux résultats obtenus et on conclut.

**Exemple :**

- L'égalité  $3x + 5 = 5x - 9$  est-elle vraie pour  $x = 2$  ?
  - 1) Membre de gauche pour  $x = 2$  :  $3 \times 2 + 5 = 11$
  - 2) Membre de droite pour  $x = 2$  :  $5 \times 2 - 9 = 1$
  - 3) Or 1 est différent de 11, donc l'égalité est fausse pour  $x = 2$ .
- L'égalité  $3x + 5 = 5x - 9$  est-elle vraie pour  $x = 7$  ?
  - 1) Membre de gauche pour  $x = 7$  :  $3 \times 7 + 5 = 26$
  - 2) Membre de droite pour  $x = 7$  :  $5 \times 7 - 9 = 26$
  - 3) On obtient le même résultat, donc l'égalité est vraie pour  $x = 7$ .

**Remarque :** Si l'égalité contient deux expressions littérales, une à gauche et une à droite, on pensera à étudier les deux membres séparément avant de conclure : on ne peut pas mettre le symbole = entre les deux avant d'avoir observé s'ils sont réellement de même valeur.

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Vidéos :</b> | Exprimer en fonction de<br><a href="https://www.youtube.com/watch?v=bpYh7tvfl_Y&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-">https://www.youtube.com/watch?v=bpYh7tvfl_Y&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-</a><br>Appliquer une formule (substitution)<br><a href="https://www.youtube.com/watch?v=FOSVfFdDi7w&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=2">https://www.youtube.com/watch?v=FOSVfFdDi7w&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=2</a><br>Tester une égalité<br><a href="https://www.youtube.com/watch?v=xZCXVgGT_Bk&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=10">https://www.youtube.com/watch?v=xZCXVgGT_Bk&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=10</a><br>EXERCICE : Tester une égalité<br><a href="https://www.youtube.com/watch?v=BCzbSRJ6aBg&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=11">https://www.youtube.com/watch?v=BCzbSRJ6aBg&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=11</a><br>Tester une égalité pour résoudre un problème<br><a href="https://www.youtube.com/watch?v=pAJ6CBoCMGE&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=12">https://www.youtube.com/watch?v=pAJ6CBoCMGE&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=12</a> |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## II) Réduire une expression littérale

### 1) Réduction

Il se peut que la manipulation d'un énoncé nous fasse aboutir à une expression littérale d'une certaine longueur. Il est possible de réduire la longueur de cette expression en la réduisant :

**Définition :** Réduire une expression, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Pour faire ceci, il faut repérer quels termes de l'expression vont ensemble. On regroupera ensemble les *constantes* (nombres *sans variables*), et les termes accompagnés des *mêmes variables*. Il peut être bénéfique de souligner d'une même couleur les termes correspondant au même "groupe". Il faut cependant prendre en compte le signe qui précède chacun des termes, pour ne pas se tromper dans les calculs.

#### Exemples :

- $6x + 3$  ne peut pas être réduit, car 6 est accompagné d'un  $x$  et 3 est une constante.
- $5x + 4x$  peut être réduit, les deux sont accompagnés d'un  $x$ . On écrit  $5x + 4x = 9x$ .
- $xy + 3xy = 4xy$  pour les mêmes raisons. On notera qu'un terme possédant une ou plusieurs inconnues sans nombre devant cache en vérité le nombre 1 :  $xy = 1xy$
- $7 + 3u + 6u - 2 = 9u + 5$
- $7 + 3x^2 + 5x - 2x^2 + 4x - 3 = 4 + x^2 + 9x$

**Remarque :** En général, une fois réduite, on écrit l'expression dans un certain ordre si elle ne possède qu'une seule variable. Si cette variable est par exemple  $x$ , on écrira d'abord les termes en  $x^3$ , puis en  $x^2$ , puis en  $x$ , puis les constantes. Si plusieurs variables sont présentes, il n'y a pas de règle en général.

**Exemple :**  $4 + x^2 + 9x = x^2 + 9x + 4$

**Vidéos :** Réduire une expression

<https://www.youtube.com/watch?v=qEUB4IU-HiY&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=14>

EXERCICE : Réduire une expression

<https://www.youtube.com/watch?v=R6-mxyhgSmA&list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&index=15>

### 2) Suppression de parenthèses

Il se peut que l'expression à réduire soit composée de termes entre parenthèses. Il faut savoir les supprimer avant de s'attaquer à la réduction. Les règles sont les mêmes que pour les relatifs, la méthode de suppression dépend du signe qui précède la parenthèse.

- Si c'est **un plus**, on supprime le plus, la parenthèse et on réécrit le contenu de la parenthèse.
- Si c'est **un moins**, on supprime le moins, la parenthèse et on écrit l'opposé du contenu de la parenthèse.

#### Exemple :

- $-(2x + 7) = -2x - 7$
- $-(-4x - 7) = 4x + 7$  (parenthèse supprimée, et on écrit l'opposé de chaque terme)
- $-(8 - 13x) = -8 + 13x$

Donc dans un cas général, on peut retrouver les simplifications suivantes :

- $7 + (2x - 1) - (5x - 3) = 7 + 2x - 1 - 5x + 3 = -3x + 9$

### III) Développer une expression, distributivité.

**Définition :** Développer une expression, c'est transformer un produit en somme ou une différence.

Derrière cette définition bien trop théorique pour être appliquée telle quelle, se cache la propriété suivante :

**Propriété :** Soient  $k, a, b$  trois nombres relatifs. Alors :  $k(a+b) = ka + kb$  et  $k(a-b) = ka - kb$ .

**Vocabulaire :** L'opération effectuée pour développer une expression s'appelle la *distributivité*. On a *distribué* le nombre  $k$  aux nombres  $a$  et  $b$ . Chaque *distribution* correspond à une multiplication.

**Exemples :** Développe les expressions suivantes :

- $7(x+2) = 7 \times x + 7 \times 2 = 7x + 14$
- $3(x-6) = 3 \times x - 3 \times 6 = 3x - 18$
- $a(3+b) = 3 \times a + a \times b = 3a + ab$
- $x(x-7) = x \times x - 7 \times x = x^2 - 7x$

#### Remarque :

- On peut utiliser des flèches de couleurs pour savoir quelle opération correspond à quelle distribution, comme dans l'exemple.
- Le signe dans la parenthèse est celui que l'on retrouve dans l'expression finale (*en 5ème*).

|                 |                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Vidéos :</b> | Appliquer la formule de distributivité                                                                                                                                                                                  |
|                 | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=Jdvi2WbIkjo&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=6">https://www.youtube.com/watch?v=Jdvi2WbIkjo&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=6</a>   |
|                 | Appliquer la formule de distributivité pour le calcul mental (1)                                                                                                                                                        |
|                 | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=ByzozWOSOAY&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=7">https://www.youtube.com/watch?v=ByzozWOSOAY&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=7</a>   |
|                 | Appliquer la formule de distributivité pour le calcul mental (2)                                                                                                                                                        |
|                 | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=B16mT1yTF8I&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=8">https://www.youtube.com/watch?v=B16mT1yTF8I&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=8</a>   |
|                 | EXERCICE : Appliquer la distributivité pour la calcul mental                                                                                                                                                            |
|                 | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=qKjt5bPMB5M&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=9">https://www.youtube.com/watch?v=qKjt5bPMB5M&amp;list=PLVUDmbpupCapuHDg65cf4sNTNkYXVVGP-&amp;index=9</a>   |
|                 | Développer et réduire une expression                                                                                                                                                                                    |
|                 | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=4PTioyfmqmc&amp;list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&amp;index=17">https://www.youtube.com/watch?v=4PTioyfmqmc&amp;list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&amp;index=17</a> |
|                 | EXERCICE : Développer et réduire une expression                                                                                                                                                                         |
|                 | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=Dy0mS7kkAD8&amp;list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&amp;index=18">https://www.youtube.com/watch?v=Dy0mS7kkAD8&amp;list=PLVUDmbpupCardw9Q239DCa2mKVYuNSpKc&amp;index=18</a> |

## EXERCICES – CHAPITRE 14

### I) Vérifier une égalité, p.67-68

**1** Solution unique ?

**a.** Montre que l'égalité  $2x^2 = 6x$  est vérifiée pour  $x = 3$ .

**b.** Détermine un autre nombre pour lequel l'égalité précédente est vérifiée.

D'une part :

.....  
.....

D'autre part :

.....  
.....

Conclusion : .....

.....

**3** L'égalité  $3y = 4x - 3$  est-elle vérifiée...

**a.** pour  $y = 3$  et  $x = 3$  ?

D'une part :

.....  
.....

D'autre part :

.....  
.....

Conclusion : .....

**4** L'égalité  $5x = 2x + 15$  est-elle vérifiée...

**a.** pour  $x = 4$  ?

D'une part :

.....  
.....

D'autre part :

.....  
.....

Donc .....

**b.** et pour  $x = 5$  ?

D'une part :

.....  
.....

D'autre part :

.....  
.....

Donc .....

**5** Dans la famille Boubou, le papa Duc a 3 ans de plus que la maman Duchesse. Leur enfant Marquis a le tiers de l'âge de Duchesse. À eux trois, ils ont 87 ans.



**a.** Marquis a-t-il 10 ans ? Explique pourquoi.

.....  
.....

**b.** Marquis a-t-il 12 ans ? Explique pourquoi.

.....  
.....

.....  
.....

**b.** pour  $y = -4$  et  $x = -3$  ?

D'une part :

.....  
.....

D'autre part :

.....  
.....

Conclusion : .....

**3** Pour tout nombre  $x$ , on considère le triple de  $x$  d'une part, et la somme du double de  $x$  et de 4 d'autre part.

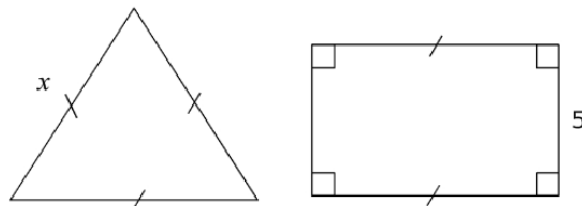
**a.** Ces deux expressions sont-elles égales pour  $x = 1$  ? Justifie.

.....  
.....

**b.** Et pour  $x = 4$  ? Justifie.

.....  
.....

**6** On considère le triangle équilatéral et le rectangle suivants.



Exprime, en fonction de  $x$ ...

**a.** le périmètre du triangle ;

.....  
.....

**b.** le périmètre du rectangle.

.....  
.....

**c.** Quelle expression mathématique traduit la phrase : « Le périmètre du triangle est égal au périmètre du rectangle. » ?

.....  
.....

**d.** L'égalité précédente est-elle vraie pour  $x = 9$  ? Pour  $x = 10$  ? Pour  $x = 11$  ?

.....  
.....

.....  
.....

## II) Réduire une expression, cahier de 4<sup>e</sup> p.54

**4** Réduis chaque expression.

- |                              |                                |
|------------------------------|--------------------------------|
| <b>a.</b> $7x + 3x =$ .....  | <b>e.</b> $2x + 5,5x =$ .....  |
| <b>b.</b> $-7x + 3x =$ ..... | <b>f.</b> $-2x - 5,5x =$ ..... |
| <b>c.</b> $7x - 3x =$ .....  | <b>g.</b> $-2x + 5,5x =$ ..... |
| <b>d.</b> $-7x - 3x =$ ..... | <b>h.</b> $2x - 5,5x =$ .....  |

**6** Associe les expressions égales.

- |                  |             |
|------------------|-------------|
| $4x + 5 + 2x$ •  | • $9x + 2$  |
| $-4x + 5 + 2x$ • | • $6x + 5$  |
| $4x - 5 - 2x$ •  | • $-2x + 5$ |
| $-4x - 5 + 2x$ • | • $-2x - 5$ |
| $4x + 5x + 2$ •  | • $2x - 5$  |

**10** Souligne d'une même couleur les termes qui peuvent être regroupés, puis réduis.

$$J = 8x + 10x + 4 + 9 =$$

$$K = 5y + 2 + 3y + 7 =$$

$$L = 11z - 12 + 5z + 6 =$$

$$M = -3 - 4x - x + 10 =$$

$$N = -6y - 11 + 8y + 7 =$$

**6** Réduis chaque expression ci-dessous.

$$N = 6x^2 + 9 + 2x + 5 + 4x^2 + 3$$

$$P = -1 + 5x + 8x^2 - 10x - 3x^2 - 7$$

$$R = 7 - x^2 - 4x^2 - 9x - 8 + 6x + 2x^2$$

**5** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| <b>a.</b> $9y^2 + 4y^2 =$ ..... | <b>e.</b> $5y^2 - 7y^2 =$ ..... |
| <b>b.</b> $-8y - y =$ .....     | <b>f.</b> $-2y - 8y =$ .....    |
| <b>c.</b> $y^2 - 6y^2 =$ .....  | <b>g.</b> $3y^2 + 9y^2 =$ ..... |
| <b>d.</b> $10y - 3y =$ .....    | <b>h.</b> $6y - 5y =$ .....     |

**7** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

- |                  |             |
|------------------|-------------|
| $-5y - 6 + 3y$ • | • $11y + 3$ |
| $5y + 6 + 3y$ •  | • $8y + 6$  |
| $5y - 6 - 3y$ •  | • $-2y + 6$ |
| $5y + 6y + 3$ •  | • $-2y - 6$ |
| $-5y + 6 + 3y$ • | • $2y - 6$  |

**8** Réduis chaque expression.

$$\text{a. } 13x - x + 7 =$$

$$\text{b. } 8x + 15 - 11x =$$

$$\text{c. } 12 - 6x + 4 =$$

$$\text{d. } 9 - 3x + x^2 + 6x =$$

$$\text{e. } 5x - 10x^2 + 2x^2 - 12 =$$

**9** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$$\text{a. } 12y - y + 2 =$$

$$\text{b. } 7y + 4 - 13y =$$

$$\text{c. } 10 - 8y + 3 =$$

$$\text{d. } 9 - y + y^2 + 5y =$$

$$\text{e. } 3y^2 - 6y + 2y^2 - 7 =$$

### III) Développer une expression, distributivité, cahier de 4<sup>e</sup>, p.52

**1** Développe chaque expression, puis donne en une écriture simplifiée.

$$A = 5 \times (a + 7)$$

$$A = \dots \times \dots + \dots \times \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = 3 \times (10 + b)$$

$$B = \dots \times \dots + \dots \times \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = 7 \times (11 + c)$$

$$C = \dots \times \dots + \dots \times \dots$$

$$C = \dots$$

$$D = 8 \times (d + 8)$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$E = 2 \times (a - 4)$$

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

$$F = 5 \times (6 - b)$$

$$F = \dots$$

$$F = \dots$$

$$G = 4 \times (9 - c)$$

$$G = \dots$$

$$G = \dots$$

$$H = 10 \times (d - 3)$$

$$H = \dots$$

$$H = \dots$$

**5** Développe, puis réduis chaque expression.

$$A = x(7 + x)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$C = z(8 + 9z)$$

$$\dots$$

$$E = 5y(3 - y)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**6** Pour chaque question, une seule proposition est juste. Entoure-la.

|                  |            |            |              |
|------------------|------------|------------|--------------|
| $3 \times 4x =$  | $12x$      | $34x$      | $7x$         |
| $6y \times 8y =$ | $48y$      | $48y^2$    | $14y^2$      |
| $7(z + 9) =$     | $7z + 63$  | $7z + 9$   | $7z + 9z$    |
| $4z(z + 5) =$    | $4z^2 + 5$ | $4z + 20z$ | $4z^2 + 20z$ |

**2** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$$J = 3 \times (a + 5) = \dots$$

$$K = 2 \times (7 - b) = \dots$$

$$L = 4 \times (8 + c) = \dots$$

$$M = 5 \times (d - 9) = \dots$$

**4** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$$T = 7(2x + 4)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$V = 7(2x - 4)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

#### Remarque :

Afin de garder la cohérence, seuls les questions aux coefficients positifs devant la parenthèse sont extraites des exercices originaux.