

Les symétries dans le Grande Mosquée de Strasbourg

Maxime KIENTZ

20 septembre 2022

Prérequis : *Transformations du plan*

Niveau : 4^{ème}

Depuis maintenant trois ans, l'équipe de mathématiques du collège Jules HOFFMANN de la Robertsau (Strasbourg - 67) anime la semaine des mathématiques par différents ateliers et sorties. Les visionnage de films mathématiques en 6^{ème} et 3^{ème} et les divers projets de fresque en 4^{ème} méritent d'être mentionnés, mais c'est ici la sortie effectuée avec le niveau 5^{ème} que je vais présenter.

En 5^{ème}, nous emmenons les élèves voir la Grande Mosquée de Strasbourg, et profitons du croisement de deux programmes pour en faire une sortie interdisciplinaire (*Maths - Histoire*).



FIGURE 1 – Le parvis de la Grande Mosquée

D'une part, la naissance de l'islam est au programme du cours d'Histoire de 5^{ème}, et visiter un tel monument permet aux élèves de mieux se rapprocher de cette partie du cours. D'autre part, l'intérieur de la Mosquée est pavée de frises (*appelées des zelliges*) qui grouillent de transformations mathématiques dans leur construction, et qui me permettent d'illustrer mon cours sur les transformations géométriques : symétries axiales, symétries centrales, et même mentionner les translations ou d'autres transformations bien qu'elles ne soient qu'au programme de 4^{ème}.

1 L'édifice



FIGURE 2 – L'emplacement de la Mosquée

Située au bord de l'Ill, à proximité du Parc du Heyritz et de l'hôpital civil de Strasbourg, la Grande Mosquée a été conçue par l'architecte Paolo PORTOGHESI. La construction a démarré en 2004 et son inauguration a eu lieu en 2012.

La volonté de l'architecte a été d'inscrire la Mosquée dans le paysage naturel qu'offre ce quartier de Strasbourg tout en rappelant le lien avec la religion musulmane, mais sans trancher avec les édifices alentours. C'est pourquoi le soubassement a été réalisé en grès des Vosges, par exemple. On notera également la forme florale du toit, que nous étudierons plus tard.

2 Rappels théoriques sur les transformations du plan

Remettons quelques explications quant aux transformations géométriques qui seront étudiées et visibles à travers la lecture de cet article :

- On rappelle avant tout qu'une *symétrie axiale* est une transformation géométrique qui modélise un "pliage" ou un "effet miroir" : deux figures sont symétriques par rapport à une droite si elles se superposent le long de cette droite après pliage.
- La *symétrie centrale* est quant à elle une symétrie que l'on effectue en faisant tourner la figure sur elle-même autour d'un point, lui faisant faire un demi-tour : deux figures sont donc liées par symétrie centrale si l'on obtient la seconde en faisant faire un demi-tour à la première autour d'un point.
- Pour finir, une *translation* est un simple glissement le long d'un segment. Si l'on va du point A sur la figure de base à un autre point A' sur la figure d'arrivée, alors on dit qu'on a traduit la figure du point A vers le point A'. Deux figures sont liées par une translation s'il existe un tel glissement capable de relier tout couple de points se correspondant (un sur la figure de départ, et son homologue sur la figure à l'arrivée).

La **Figure 3** suivante illustre ces transformations géométriques sur la lettre **P**, permettant de distinguer les trois résultats possibles à partir de trois situations initiales identiques.

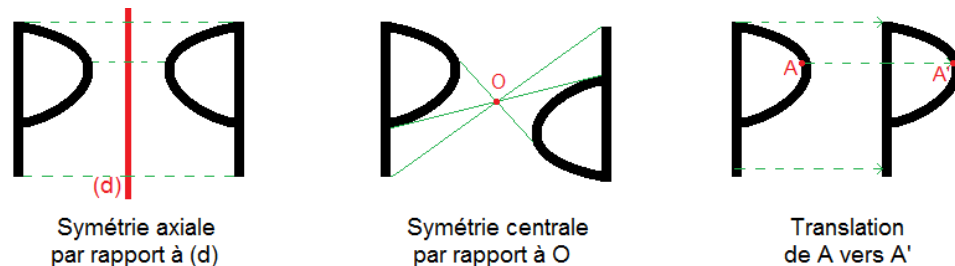


FIGURE 3 – Une illustration des trois transformations mentionnées

3 Les transformations géométriques de la Grande Mosquée

Maintenant que nous avons la liste des transformations géométriques observables à notre disposition, voyons à quel point la Grande Mosquée de Strasbourg en est riche, en la parcourant d'intérieur en extérieur.

3.1 A l'extérieur, le bâtiment

Avant même d'entrer dans la Mosquée, remarquons que même son parvis a été construit de façon symétrique, comme le montre la **Figure 4**. Les deux salles annexes, qui sont respectivement les vestiaires pour hommes à gauche, et vestiaires pour femmes à droite, sont situées symétriquement par rapport à la porte principale.

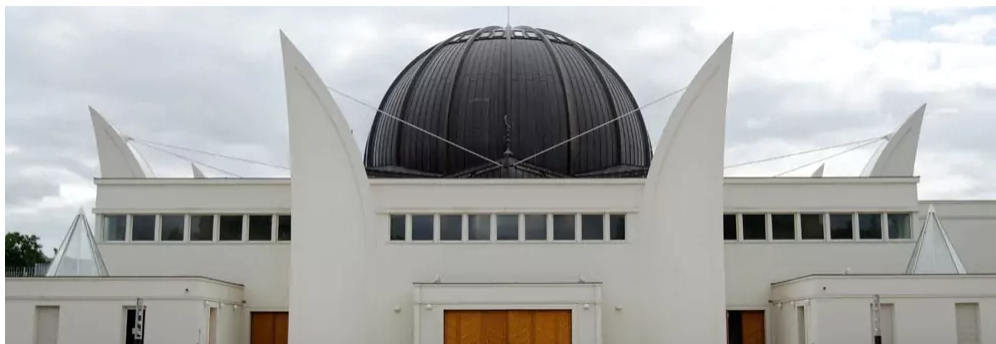


FIGURE 4 – La façade de la Mosquée est bâtie symétriquement

Si l'on rentre dans le détail, la porte est elle-même symétrique. Artistiquement parlant, les gravures sur les portes sont censées rappeler des feuilles de palmiers, faisant le lien avec les pays chauds de confession musulmane. Si l'on considère l'intégralité de la porte, on peut alors voir un axe de symétrie, au centre, permettant l'effet miroir de la totalité de la porte (**Figure 5** - on ignorera les poignées). Mieux encore, si l'on observe chaque pan de la porte, alors on peut y voir une succession de symétries axiales, en ignorant cette fois ci les deux pans externes de la porte (**Figure 6**)



FIGURE 5 – La symétrie principale, en vert



FIGURE 6 – Les symétries enchaînées, en rouge

Puis, on peut se concentrer sur le toit. Au centre, une coupole de vingt-quatre mètres de haut pour dix-sept de diamètre surplombe ce toit dont l'architecture est tout sauf laissée au hasard. Sa forme de fleur, obtenue en reliant la coupole aux piliers de soutien et voulue par l'architecte pour rappeler les origines des pays chaud, est très riche en symétries. On observera dans la **Figure 7** suivante qu'il n'y a pas moins de 8 axes de symétrie dans cette fleur, et qu'elle possède aussi un centre de symétrie : quand on lui fait faire un demi-tour sur elle-même, la figure ne change pas !

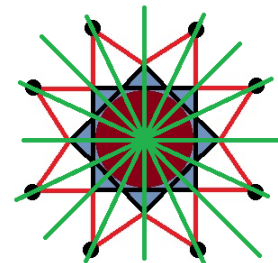
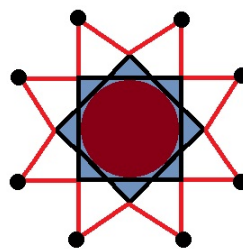


FIGURE 7 – Une vue aérienne de la Mosquée accompagné d'un schéma de son toit, clarifiant les transformations

Rentrons à présent à l'intérieur de la Mosquée pour découvrir davantage de mathématiques en son sein...

3.2 A l'intérieur, les zelliges

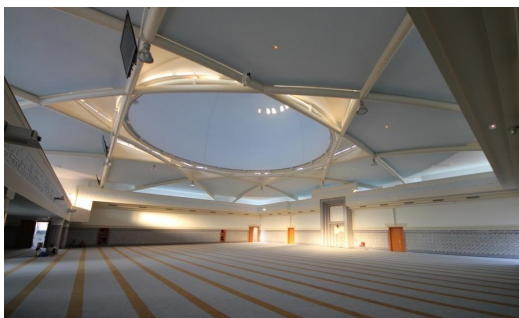


FIGURE 8 – La salle principale de la Mosquée

La plus grande richesse géométrique s'offre à nous lorsque l'on franchit la porte d'entrée de la Mosquée et qu'on arrive dans l'immense salle de prière que vous voyez sur la **Figure 8**.

Tout autour de l'observateur se trouve quelque chose qui a le don d'attirer l'oeil mathématique : les droites parallèles au sol ainsi que la forme de fleur issue de la structure du toit sont les premiers éléments qui attirent les regards, mais c'est dans le détail que nous verrons les transformations les plus riches !

Le zellige est le nom donné à ces fresques, réalisées à base de morceaux de carrelage taillés entièrement à la main ! Rien que cette prouesse vaudrait qu'on écrive un article dessus : l'entière des murs de la Mosquée est recouvert d'art fait main ! Premièrement, si l'on s'approche des pylônes qui supportent la terrasse de la salle, on peut y voir la **Figure 9** suivante. Rien qu'ici, dans cette frise, nous pouvons observer deux transformations géométriques.

Si l'on se focalise sur les figures bleues du bas, qui sont d'ailleurs censées représenter des personnes, alors chaque personne est le symétrique axial de son voisin, et l'axe de symétrie est la séparation entre deux personnes (en rouge sur la **Figure 9**). On peut également voir que chaque bonhomme bleu est le translaté de son voisin, obtenu par glissement. On remarquera la même construction sur la frise supérieure composée de carrés blanc et bleus, dans laquelle on peut également voir une symétrie axiale horizontale (en vert) !

Si l'on s'éloigne un petit peu et que l'on observe au pied des murs, on retrouve le même arrangement.



FIGURE 9 – Le pied d'un des pylônes de la terrasse

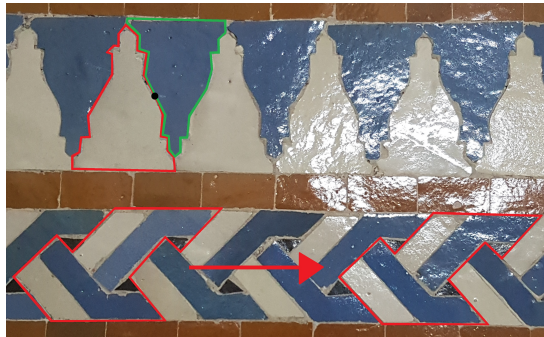


FIGURE 10 – La frise au pied des murs

Dans la partie haute, les figures bleues sont simplement les figures blanches retournées, et on peut trouver une symétrie centrale liant chaque figure blanche et la figure bleue à côté d'elle. Le point servant de centre de symétrie se trouve en noir dans l'illustration ci-après. L'oeil averti aura bien entendu repéré les symétries axiales entre ces mêmes figures blanches, et d'autres axes reliant par symétrie axiale également les figures bleues.

Finalement, on notera également que la partie basse est une reproduction du même motif, encadré en rouge, par translation.

Reculons d'un pas, et regardons à présent la partie haute de ces imposants murs. Au delà de la partie écrite en arabe, emplies de textes religieux, se trouvent deux formidables enchaînements de figures complexes, gravées dans le marbre.

Sur la **Figure 11**, dans ce diamant rouge orienté horizontalement, on remarque une étoile centrale qui sert de centre de symétrie pour ce losange : faire pivoter la figure sur elle-même, autour du centre de cette étoile, ne modifie pas la figure. Aussi, on peut assez facilement voir que chaque losange est symétrique axial de son voisin, où l'axe de symétrie passe par le point commun à deux losanges, et on peut également y voir un axe de symétrie horizontal. Mais encore, on peut voir chaque losange comme étant le résultat de la translation de son voisin par le segment reliant les deux étoiles centrales, ou encore le symétrique central de son prochain, le centre de symétrie étant l'intersection des deux axes mentionnés ci-dessus.

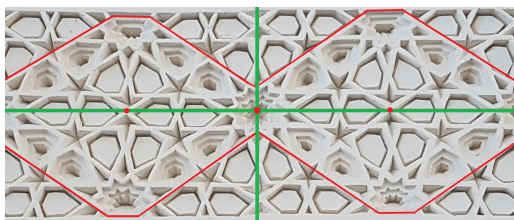


FIGURE 11 – La première forme de frise gravée

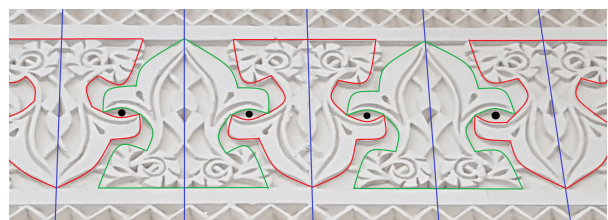


FIGURE 12 – La seconde forme de frise gravée

Quant à la **Figure 12**, elle montre une autre frise ornée d'un motif encore plus complexe, associable à un pique d'un jeu de cartes. Chaque pique rouge est symétrique central de son voisin vert, les points noirs étant les centres de symétrie, et chaque pique possède en son milieu un axe de symétrie vertical.

Approchons-nous enfin du coeur de cette salle, et observons le "*mirhab*" (signifiant "*sanctuaire*"). Nous avons probablement devant nous la figure la plus complexe et détaillée de la Mosquée. Il semble déjà évident qu'une belle symétrie axiale verticale divise ce sanctuaire en deux parties. Horizontalement, et sans tenir compte des couleurs, on peut également remarquer qu'il est découpé en trois parties semblables à trois demi-cercles, symétriques axiaux l'un de l'autre.

Finalement, il ne nous reste plus qu'à nous intéresser aux motifs sur les murs de plus près. L'intégralité des murs est recouverte du motif suivant. Son côté simple cache en vérité un florilège de transformations, probablement le plus riche de tous parmi les motifs visibles. La richesse géométrique de ces murs ne saurait être traduite, je vous propose même plutôt de lister toutes les transformations du plan visibles sur la **Figure 14** par vous-même !

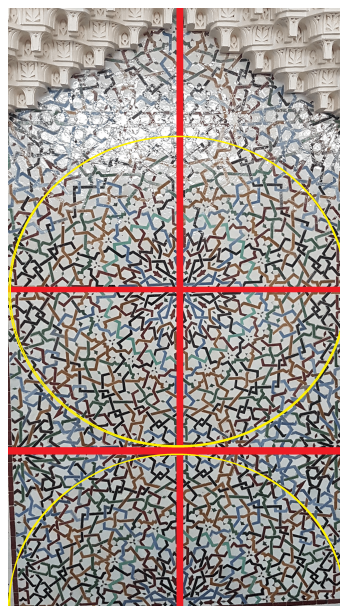


FIGURE 13 – Le mihrab, au fond de la salle



FIGURE 14 – Le motif principal de la Mosquée, pavant l'intégralité des murs

4 Remerciements

Les mathématiques sont partout, et animent le côté artistique présent dans certains édifices dont la Grande Mosquée de Strasbourg est un exemple. Cet article n'aurait pas été possible sans l'organisation de la visite de cet édifice, et je me dois donc de remercier l'ensemble du personnel de la Grande Mosquée de Strasbourg, en particulier Fouad DOUAI, qui nous a guidé à travers nos visites avec sa présentation précise et qui nous a appris de nouvelles choses à chacune de nos visites. Je me dois également de remercier l'équipe d'histoire-géographie du collège Jules HOFFMANN de la Robertsau, qui nous a accompagné dans la réalisation et l'accompagnement de ce projet et qui continue à faire vivre ce projet d'année en année.

"Le grand architecte semble être mathématicien" - James JEANS, astronome