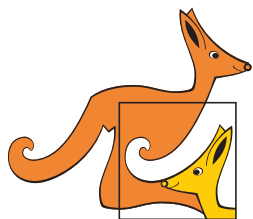


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

Jeu-concours 2020 — Durée : 50 minutes

Sujet C

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés** pour chaque niveau (4^{ème}, 3^{ème}, ...).

1 Combien vaut $2020 + 202$?

- A) 2022 B) 2042 C) 2202 D) 2222 E) 4022

2 Quel dessin de lettre a deux axes de symétrie ?

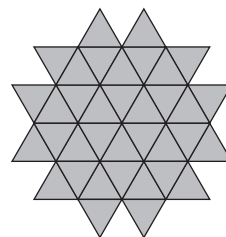
- A) **V** B) **N** C) **M** D) **H** E) **E**

3 Chaque jour, Camille fait six exercices d'entraînement et Thomas en fait quatre. Combien de jours faut-il à Thomas pour faire autant d'exercices que Camille en quatre jours ?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4 La figure ci-contre est composée de 36 triangles identiques. Combien faut-il enlever, au minimum, de ces triangles pour que la figure obtenue soit un hexagone ?

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 14 E) 18

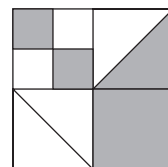


5 On écrit les dates jj/mm/aaaa (avec 2 chiffres pour le jour, 2 pour le mois et 4 pour l'année). 19/03/2020 est une date utilisant 5 chiffres différents. Combien de dates en 2020 n'utilisent que les chiffres 0 et 2 ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

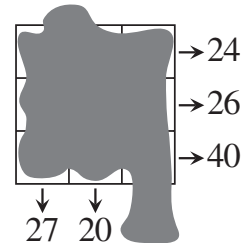
6 Un grand carré est divisé en carrés plus petits comme le montre la figure et deux carrés sont divisés par une diagonale. Quelle fraction du grand carré est grisée ?

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{1}{2}$



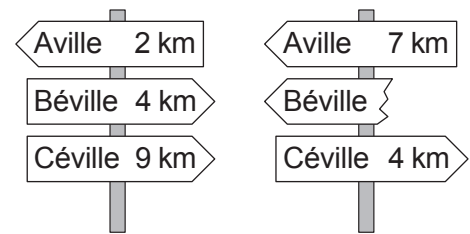
- 7 Quand Lucas va à l'école en bus et revient à pied, il met trois heures. Quand il fait l'aller-retour en bus, il met une heure. En bus, les trajets, à l'aller ou au retour, prennent le même temps ; à pied aussi. Combien de temps faut-il à Lucas pour faire l'aller-retour à pied ?
 A) 3 h et demie B) 4 h C) 4 h et demie D) 5 h E) 5 h et demie

- 8 Des nombres sont écrits dans les cases de ce tableau et les sommes de chaque ligne et de chaque colonne sont indiquées. Une tache d'encre recouvre le tableau et cache une somme. Combien vaut la somme des nombres de la troisième colonne ?
 A) 41 B) 43 C) 44
 D) 45 E) 47



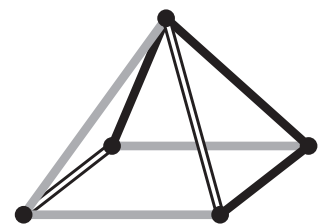
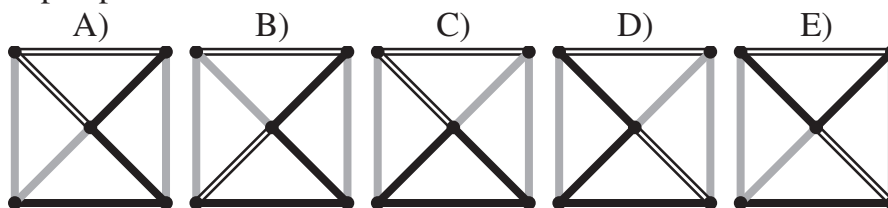
- 9 Kanga multiplie trois nombres différents parmi ces six nombres : -5 ; -3 ; -1 ; 2 ; 4 et 6 . Quel est le plus petit résultat qu'elle peut obtenir ?
 A) -200 B) -120 C) -90 D) -48 E) -15

- 10 La route directe de Aville à Céville passe par Béville. On peut voir sur la route deux poteaux indicateurs (voir dessins). Quelle distance figurait sur le panneau cassé ?
 A) 1 km B) 3 km C) 4 km
 D) 5 km E) 9 km

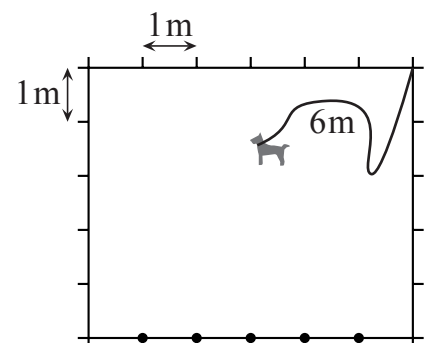


- 11 Le salaire de Jules vaut 20 % de celui de son patron. Combien le salaire du patron vaut-il de fois celui de Jules ?
 A) 1,2 fois B) 2 fois C) 4 fois D) 5 fois E) 8 fois

- 12 Quelle est la vue de dessus de la pyramide régulière représentée en perspective ci-contre ?

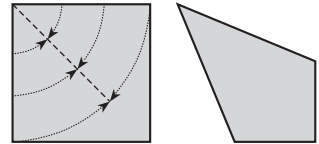


- 13 Un petit chien est attaché à l'intérieur d'un enclos rectangulaire de 6 mètres sur 5 mètres (comme montré sur le dessin). Sa laisse mesure 6 mètres. Cinq os sont placés sur un bord (indiqués par les points). Combien d'os peut-il attraper ?
 A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5



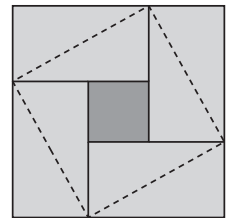
- 14** Chaque élève d'une classe pratique la danse ou la natation. Trois cinquièmes de la classe nagent et trois cinquièmes dansent. Cinq élèves nagent et dansent. Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?
- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

- 15** Louis plie une feuille de papier carrée en rabattant, l'un après l'autre, deux côtés adjacents sur une diagonale (comme montré sur la figure). Combien vaut le plus grand des angles du quadrilatère obtenu ?
- A) 110° B) $112,5^\circ$ C) 115°
D) $117,5^\circ$ E) 120°



- 16** Jade a vingt-sept cubes identiques. Chacun a deux faces adjacentes rouges et quatre faces blanches. Elle utilise tous les cubes pour en construire un grand. Quel est le plus grand nombre de faces entièrement rouges que peut avoir le grand cube ?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 17** On construit un grand carré avec quatre rectangles identiques et un petit carré. L'aire du grand carré vaut 49 cm^2 et la diagonale d'un rectangle mesure 5 cm . Quelle est l'aire du petit carré ?
- A) 1 cm^2 B) 4 cm^2 C) 9 cm^2
D) 16 cm^2 E) 25 cm^2



- 18** Un nombre *mimi* est un entier à deux chiffres dont la moitié est divisible par 2 et dont le tiers est divisible par 3. Combien existe-t-il de nombres *mimis* ?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 19** Lors d'une compétition, chacun des trois membres du jury ordonne les cinq finalistes en leur attribuant 1, 2, 3, 4, et 5 points. On connaît le total des points de chaque finaliste et quelques notes, comme indiqué dans le tableau.

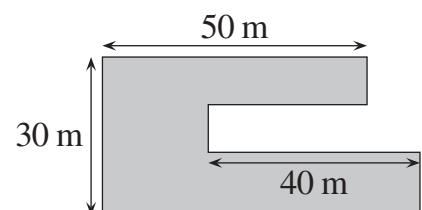
	Adam	Béa	Carla	David	Emma
Juge I	3	1	2		
Juge II		3	1		
Juge III					
Total	10	8	6	7	14

Combien de points le juge III a-t-il attribué à Adam ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 20** Le jardin de Sacha a la forme ci-contre. Chacun des côtés est soit parallèle soit perpendiculaire aux autres. Certaines longueurs sont indiquées. Quel est le périmètre du jardin de Sacha ?

- A) 220 m B) 230 m C) 240 m
D) 250 m E) 260 m

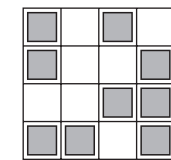


- 21** Les quatre indications ci-dessous donnent des indices pour trouver un nombre de quatre chiffres.
- 4132** Deux chiffres sont corrects, mais pas à la bonne place.
- 9826** Un chiffre est correct et à la bonne place.
- 5079** Deux chiffres sont corrects, un seul à la bonne place.
- 7642** Aucun chiffre n'est correct.

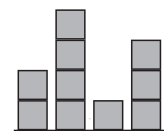
Quel est le chiffre des unités du nombre à trouver ?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 9

- 22** Lily a construit la maquette d'un quartier d'immeubles avec des cubes de bois identiques. Les figures ci-contre sont une vue de dessus de ce quartier et une vue d'un côté, mais on ne sait pas duquel des quatre côtés. Quel est le plus grand nombre de cubes que Lily a pu utiliser ?
- A) 25 B) 24 C) 23 D) 22 E) 21



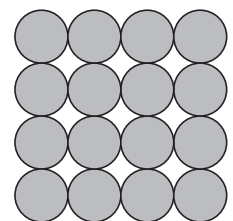
vue de dessus



vue d'un côté

- 23** Laura écrit un entier positif non nul sur chaque côté d'un carré. Elle écrit aussi sur chaque sommet le produit des nombres écrits sur les deux côtés qui l'ont comme extrémité. La somme des nombres écrits sur les sommets vaut 15. Combien vaut la somme des nombres écrits sur les côtés ?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 15

- 24** Noémie construit une pyramide avec des sphères identiques. La base « carrée » est constituée de 4×4 sphères (comme sur la figure). Les étages ont 3×3 sphères, 2×2 sphères, et il y a une sphère au sommet. À chaque point de contact entre deux sphères, Noémie place un point de colle. Combien de points de colle va-t-elle mettre ?
- A) 72 B) 85 C) 88 D) 92 E) 96

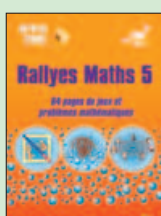


Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Tom a 52 triangles rectangles isocèles identiques. Il veut construire un carré avec certains de ces triangles. Combien de tailles différentes de carré peut-il obtenir ?
- 26** Combien y a-t-il d'entiers n tels que le reste de la division de 900 par n est 9 ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »

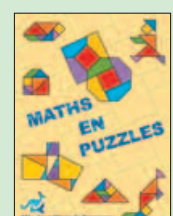


Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

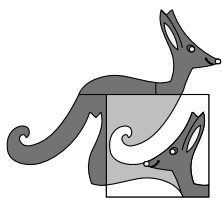
Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org



KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 80 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2020 - Corrigé du sujet « C »

1. Réponse **D**. $2020 + 202 = 2222$.

2. Réponse **D**.

3. Réponse **C**. $6 \times 4 = 4 \times 6$. La réponse est donc 6.

4. Réponse **C**. La figure dessinée a 24 côtés. Il faut lui enlever ses 12 triangles extérieurs pour obtenir l'hexagone régulier dont le côté est égal à deux fois le côté des petits triangles.

5. Réponse **C**. Il y a 3 dates qui n'utilisent que les chiffres 0 et 2 en 2020 : 02/02/2020, 20/02/2020 et 22/02/2020.

6. Réponse **E**. Il y a une moitié de gris dans le quart de carré en haut à gauche, une moitié de gris dans le quart de carré en haut à droite et aussi une moitié de gris dans la moitié inférieure du carré.

La réponse est donc $\frac{1}{2}$.

7. Réponse **D**. Le trajet école-maison en bus prend une demi-heure. Le trajet école-maison à pied prend donc 30 min de moins que 3 h soit 2 h 30 min. Et l'aller-retour à pied prend 2 fois 2 h 30 min, soit 5 h.

8. Réponse **B**. La somme des neuf cases du tableau vaut $24 + 26 + 40$ soit 90 (somme des trois lignes). La somme des trois colonnes vaut donc aussi 90 et la somme des nombres de la troisième colonne est $90 - (27 + 20) = 90 - 47 = 43$.

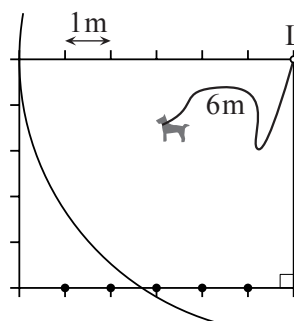
9. Réponse **B**. Le plus petit produit est un nombre négatif, avec la plus grande distance à 0 possible. C'est le nombre $(-5) \times 6 \times 4$, soit -120.

10. Réponse A. Le premier poteau donne la distance de Aville à Béville : $2 + 4$, soit 6 km. Le deuxième poteau est donc situé à $7 - 6$, soit 1 km de Béville. (Remarque : il y a 5 km entre Béville et Céville.)

11. Réponse D. 20% c'est $\frac{1}{5}$. Le salaire de Jules est $\frac{1}{5}$ de celui du patron. Le salaire du patron est donc 5 fois celui de Jules.

12. Réponse B. Le carré de base est identique et orienté de la même façon dans toutes les propositions. En partant du sommet en haut à gauche de ce carré, et dans le sens des aiguilles d'une montre, l'ordre des arêtes latérales (représentées par des demi-diagonales) doit être, selon la représentation en perspective : gris, noir, noir, blanc. C'est donc la vue B qui est une vue de dessus.

13. Réponse C. On peut utiliser un compas centré au point d'attache L de la laisse comme montré sur la figure. Le théorème de Pythagore permet aussi de calculer les carrés des distances (en m) de L aux cinq os : $5^2 + 1^2 = 26$, $5^2 + 2^2 = 29$, $5^2 + 3^2 = 34$, $5^2 + 4^2 = 41$, $5^2 + 5^2 = 50$. Or la laisse mesure 6 m et $6^2 = 36$. Le petit chien peut donc attraper 3 des os.



14. Réponse C. Si 3 cinquièmes des élèves de la classe nagent, les 2 autres cinquièmes dansent. Et s'ils sont 3 cinquièmes au total à danser, c'est que 1 cinquième fait à la fois de la danse et de la natation. Puisque cela représente 5 élèves, il y a 5×5 , soit 25 élèves dans la classe.

15. Réponse B. Plier en rabattant un côté sur la diagonale, c'est plier sur la bissectrice de l'angle entre le côté et la diagonale du carré (cet angle mesure 45°).

L'angle aigu du polygone vaut donc $2 \times \frac{45^\circ}{2}$, soit 45° .

Et chacun des deux angles obtus du quadrilatère vaut alors, en degrés, $\frac{360 - (90 + 45)}{2} = \frac{225}{2} = 112,5$.



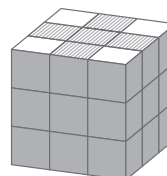
Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



16. Réponse C. Considérons deux coins opposés du grand cube : à chacun de ces coins, il y a un petit cube qui, n'ayant que deux facettes rouges, aura au moins une facette blanche visible. Le grand cube a donc au moins deux faces avec du blanc. Et Jade peut s'arranger pour avoir 4 faces toutes rouges. Elle place aux huit coins des petits cubes avec une facette blanche sur l'une ou l'autre de deux faces opposées (dessus et dessous par exemple) et les deux facettes rouges visibles sur les autres faces (qui forment une couronne). Elle peut alors sans difficulté compléter en rouge les quatre faces formant la couronne.



17. Réponse A. Le quadrilatère en pointillé a quatre angles droits, c'est un carré de côté 5. En notant m l'aire d'un demi-rectangle et c celle du petit carré (en cm^2), on a $8m + c = 49$ et $4m + c = 5^2 = 25$. D'où $4m = 49 - 25 = 24$.

Et l'aire du petit carré, c , vaut $25 - 24$, soit 1 cm^2 .

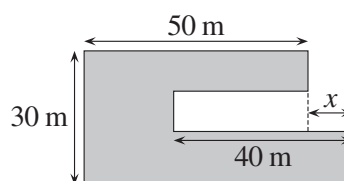
18. Réponse B. Les nombres *mimis* sont des entiers à deux chiffres et sont divisibles par 4 et par 9. Ils sont donc divisibles par 4×9 , soit 36. Les multiples de 36 à 2 chiffres sont 36 et 72. Ce sont les 2 nombres *mimis*.

19. Réponse B. On peut remplir les cases dans l'ordre suivant :
 III-Béa $\rightarrow 4$ car $8 - 3 - 1 = 4$; III-Carla $\rightarrow 3$ car $6 - 2 - 1 = 3$;
 III-Emma $\rightarrow 5$ car Emma, dont la somme des points est 14, a eu forcément un 4 et deux 5, et le juge III a mis 4 à Béa ;
 III-Adam $\rightarrow 2$ car le juge III a attribué 3, 4 et 5 à d'autres ; et s'il avait mis 1 à Adam, Adam ne pourrait pas avoir un total de 10 (même avec les 5 points du juge II).

	Adam	Béa	Carla	David	Emma
Juge I	3	1	2	4	5
Juge II	5	3	1	2	4
Juge III	2	4	3	1	5
Total	10	8	6	7	14

On pourrait s'arrêter là, mais on peut finir de remplir le tableau comme montré ci-dessus.

20. Réponse C. Appelons x la différence entre les longueurs des deux côtés horizontaux rentrants. La longueur totale des segments verticaux est 30×2 , soit 60 m. Les côtés horizontaux mesurent, en m, dans l'ordre de haut en bas, 50, $40 - x$, 40 et $50 + x$.



Le périmètre du jardin est donc $60 + 50 + (40 - x) + 40 + (50 + x)$ soit 240 m.

21. Réponse C. Appelons les quatre indices donnés a, b, c, d , dans l'ordre. Les indices a et d impliquent qu'il y a un 1 et un 3 dans le nombre. Les indices b et d impliquent qu'il y a un 8 ou un 9 dans le nombre. Mais ça ne peut pas être le 8 car alors la phrase c ne pourrait pas être vraie (le nombre devrait avoir deux autres chiffres, en plus de 1, 3 et 8). Le 9 est donc le chiffre des milliers (d'après l'indice b). Le chiffre à la bonne place de l'indice c ne peut alors être que le 0 et le nombre est 9013.

22. Réponse B. Comme on ne sait pas de quel côté est la vue, il faut faire 4 calculs en supposant que chaque immeuble d'une rangée est à la hauteur maximale indiquée par la vue de côté.

Si la vue est celle du côté Sud : $(3 \times 2) + (1 \times 4) + (2 \times 1) + (3 \times 3) = 21$.

Si la vue est celle du côté Est : $(3 \times 2) + (2 \times 4) + (2 \times 1) + (2 \times 3) = 22$.

Si la vue est celle du côté Nord : $(3 \times 2) + (2 \times 4) + (1 \times 1) + (3 \times 3) = 24$ (attention, vue du Nord, la gauche de la vue du côté est sur la droite).

Si la vue est celle du côté Ouest : $(2 \times 2) + (2 \times 4) + (2 \times 1) + (3 \times 3) = 23$.

Le plus grand nombre de cubes que Lily a pu utiliser est donc 24.

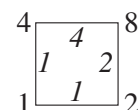
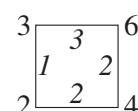
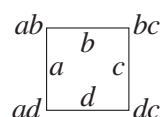
23. Réponse C. Soient a, b, c et d les 4 nombres écrits dans l'ordre sur les côtés du carré.

Les nombres écrits sur les sommets sont ab, bc, dc et ad . Leur somme est :

$$ab + ad + cb + cd = (a + c)(b + d) = 15.$$

Chacun des nombres a, b, c et d étant au moins égal à 1, chacune des sommes $a + c$ et $b + d$ vaut au moins 2.

Et il y a une seule façon d'écrire 15 comme un produit de 2 entiers au moins égaux à 2 : $15 = 3 \times 5$. C'est donc que $a + c = 3$ et $b + d = 5$ (ou $a + c = 5$ et $b + d = 3$). Et on a toujours $a + b + c + d = 3 + 5 = 8$ (deux exemples possibles sont donnés ci-contre).



24. Réponse E.

• Décompte des points de colle entre boules du même niveau :

- entre boules du 1^{er} étage (base), 12×2 soit 24 points de colle ;

- entre boules du 2^e étage (de 9 sphères), 12 points de colle ;

- entre boules du 3^e étage (de 4 sphères), 4 points de colle.

• Décompte des points de colle entre boules de niveaux différents :

- entre le 1^{er} et le 2^e étage, 4×9 , soit 36 points de colle ;

- entre le 2^e et le 3^e étage, 4×4 , soit 16 points de colle ;

- entre le 3^e étage et la boule au sommet, 4 points de colle.

Le total de points de colle est donc $24 + 12 + 4 + 36 + 16 + 4$, soit 96.



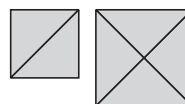
Encyclopédie Kangourou

Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.

Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques...

Toutes les publications
des Éditions du Kangourou
sont présentées sur le
site Internet
www.mathkang.org

25. Réponse 8. Il y a deux familles de carrés constructibles avec des triangles rectangles isocèles, selon qu'on les assemble par l'hypoténuse ou par un côté de l'angle droit.



Pour les carrés de la première famille, Tom peut faire un carré avec 2 triangles, ou 4×2 soit 8, ou 9×2 soit 18, ou 16×2 soit 32, ou 25×2 soit 50 (et il n'a pas assez de triangles pour en faire un plus grand). Cela fait 5 tailles de carré.

Pour les carrés de la deuxième famille, Tom peut faire un carré avec 4 triangles, ou 4×4 soit 16, ou 9×4 soit 36 (et il n'a pas assez de triangles pour en faire un plus grand qui nécessiterait 16×4 soit 64 triangles). Cela fait 3 tailles de carré.

Au total, Tom peut obtenir $5 + 3$, soit 8 tailles différentes de carré.

26. Réponse 7. Si la division de 900 par n donne un reste égal à 9 c'est que $900 = nq + 9$, avec $n > 9$, q étant le quotient de la division. Alors, $nq = 891 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11$. Le nombre 891 a 10 diviseurs que l'on peut associer par deux : 1×891 , 3×297 , 9×99 , 11×81 et 27×33 . Comme $n > 9$, il y a 7 entiers n possibles : 891, 297, 99, 81, 33, 27 et 11.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 5 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »