

CHAPITRE 16 – FONCTIONS AFFINES

I) Notion de fonction affine

Définition : Une fonction f est une fonction affine si elle s'écrit $f(x) = ax + b$ pour un certain nombre a appelé *coefficient* de la fonction f et un certain nombre b appelé *ordonnée à l'origine* de la fonction f .

Remarques :

- Si $a = 0$, alors f est dite *constante* car tous les nombres ont la même image (c'est b);
- Si $b = 0$, alors f est tout simplement une fonction *linéaire* car elle s'écrit sous la forme $f(x) = ax$.

Exemples :

- $f(x) = -3x + 1$ est une fonction affine, de coefficient $a = -3$ et d'ordonnée à l'origine $b = 1$
- $g(x) = 7x - 4$ est une fonction affine, de coefficient $a = 7$ et d'ordonnée à l'origine $b = -4$
- $h(x) = 9$ est une fonction constante, donc affine ($h(x) = 0x + 9$ donc $a = 0$; $b = 9$)
- $i(x) = -10x$ est une fonction linéaire, donc affine ($i(x) = -10x + 0$ donc $a = -10$; $b = 0$)
- $j(x) = 6x^2 - 3$ n'est pas une fonction affine, par la présence du x^2 .

Vidéos : Reconnaître une fonction affine

<https://www.youtube.com/watch?v=r5f6kS-8ePM&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=3>

Reconnaître une fonction affine (programme de calcul)

<https://www.youtube.com/watch?v=w0ymmjzq9rg&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=4>

II) Images, antécédents

Le calcul d'image et la recherche d'antécédents ne changent en rien de ce qui se faisait précédemment. Il faut à nouveau remplacer l'inconnue par la valeur souhaitée puis effectuer le calcul pour déterminer une image, et résoudre une équation pour déterminer un antécédent.

Propriété : Si le coefficient d'une fonction affine est non nul, chaque nombre possède un antécédent, et ce dernier est unique.

Exemple : • Déterminer l'image de 5 par la fonction $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$ revient à calculer ce qui suit

: $f(5) = \frac{2}{3} \times 5 + 1 = \frac{10}{3} + 1 = \frac{13}{3}$. Donc $\frac{13}{3}$ est donc l'image de 5 par la fonction f .

• Déterminer l'antécédent de 15 par la fonction $f(x) = 2x + 1$ revient à résoudre ceci :

$$f(x) = 15 \Leftrightarrow 2x + 1 = 15 \Leftrightarrow 2x = 14 \Leftrightarrow x = \frac{14}{2} = 7. \text{ 7 est ainsi l'antécédent de 15 par } f.$$

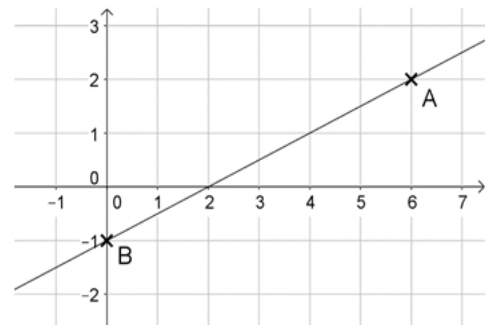
III) Représentation graphique

1) Construire la représentation graphique

Propriété : Etant donné un repère et une fonction affine f :

- La représentation graphique de f est une droite (d);
- Pour tracer (d), il suffit de trouver deux points de (d).

Exemple : Pour représenter graphiquement la fonction affine



$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$, on choisit deux nombres et on calcule leurs images. Choisissons 0 et 6. Alors :
 $f(0) = \frac{1}{2} \times 0 - 1 = -1$ et $f(6) = \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 3 - 1 = 2$ Il suffit donc de placer les points (0 ; -1) et (6 ; 2) dans le repère comme ci-avant puis tracer (d) .

Remarque : On remarque que l'on peut lire le $a = 0,5$ dans la représentation graphique. En effet, il s'agit de la valeur du déplacement effectué en ordonnée lorsqu'on se déplace de 1 sur l'abscisse. De ce fait le coefficient de f est aussi appelé *coefficient directeur* de (d) ;

2) Lecture d'expression à partir de la représentation graphique

Méthode : Lire une expression $f(x) = ax + b$ à partir d'une droite

1) **Lecture de b :** c'est la valeur où la droite vient couper l'axe des ordonnées.

2) **Lecture de a :** On choisit un point sur la droite, on se déplace de 1 sur l'axe des abscisses et on lit l'évolution nécessaire en ordonnée **rejoindre la droite**.

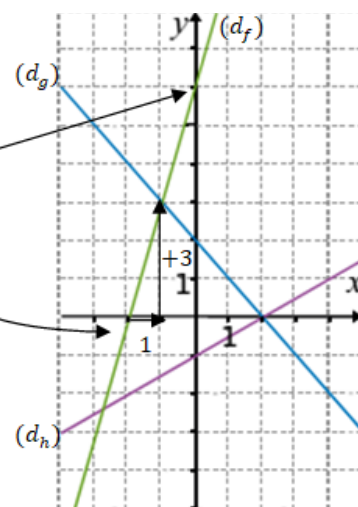
Exemple : On souhaite déterminer la fonction affine représentée par la droite (d_f) ci-contre :

Lecture de b : on regarde l'endroit où la droite vient couper l'axe des ordonnées et on lit l'ordonnée de ce point. Ici $b = 6$.

Lecture de a : on se place sur un point de la droite, ici le point de coordonnée $(-2 ; 0)$, on se déplace de 1 sur l'axe des abscisses et on lit l'évolution sur l'axe des ordonnées, ici $a = +3$.

La fonction est donc $f: x \rightarrow 3x + 6$.

Application : Déterminer graphiquement les fonctions affines g et h représentées par les droites (d_g) et (d_h) dans le repère précédent.



- On voit que (d_g) intersecte l'axe des ordonnées en 2 donc $b = 2$. Aussi, quand on se déplace de 1 sur l'axe des abscisses, la courbe décroît de 1 donc $a = -1$. Finalement $g(x) = -x + 2$.
- On voit que (d_h) intersecte l'axe des ordonnées en -1 donc $b = -1$. Aussi, quand on se déplace de 1 sur l'axe des abscisses, la courbe croît de 0,5 donc $a = 0,5$. Finalement $h(x) = 0,5x - 1$

Exemple : Extrait du sujet de brevet Métropole, Juin, 2023

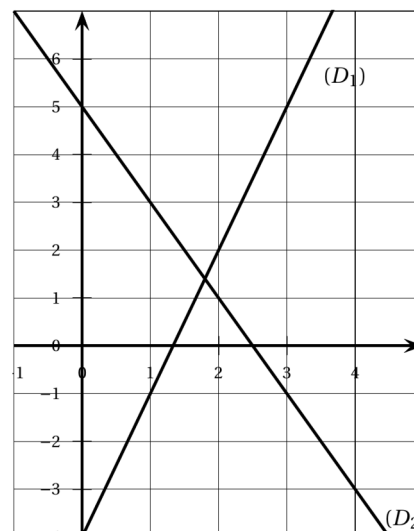
On a représenté ci-contre les fonctions f et g définies par

$$f(x) = -2x + 5 \quad \text{et} \quad g(x) = 3x - 4.$$

- 1) Associer, en justifiant, chaque droite à la courbe correspondante.
- 2) Déterminer l'image de 3 par g et de 1 par f .
- 3) Graphiquement, donner le plus précisément possible le nombre dont l'image est la même par f et g .

1) La droite D_2 est associée à f . En effet, l'ordonnée à l'origine de cette dernière droite est $b = 5$ et on retrouve ce coefficient dans l'expression de f . Par conséquent, D_1 est associé à g .

2) $g(3) = 3 \times 3 - 4 = 5$ et $f(1) = -2 \times 1 + 5 = 3$



3) Il s'agit du point où les deux droites se croisent. On peut lire graphiquement que ce point d'intersection a pour abscisse 1,8.

Remarques : La réponse à la question 2) confirme celle de la question 1 car on retrouve ces valeurs sur les graphiques. Quant à la question 3), on peut se rassurer en déterminant les images de 1,8 par f et g et observer qu'elles sont toutes deux égales à 1,4.

Vidéos : Le cours – fonctions affines

https://www.youtube.com/watch?v=n5_pRx4ozIg&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn

Résoudre un problème avec une fonction affine

<https://www.youtube.com/watch?v=XOwoyupaPx0&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=2>

Représenter une fonction affine

<https://www.youtube.com/watch?v=OQ37ZFZnqZg&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=5>

EXERCICE : Représenter une fonction affine

<https://www.youtube.com/watch?v=7xyYABOyKjM&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=6>

Vérifier si un point appartient à une droite

<https://www.youtube.com/watch?v=KR8AgLUng&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=8>

EXERCICE - Vérifier si un point appartient à une droite

<https://www.youtube.com/watch?v=mZ2alTGE3m4&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=9>

Déterminer graphiquement l'expression d'une fonction affine

<https://www.youtube.com/watch?v=E0NTyDRqWfM&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=11>

EXERCICE : Déterminer graphiquement l'expression d'une fonction affine

<https://www.youtube.com/watch?v=Sacie0twbck&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=11>

Représenter une fonction affine (coefficients)

https://www.youtube.com/watch?v=tEiuCP_oekY&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=12

Représenter une fonction affine (coefficients, fractions)

<https://www.youtube.com/watch?v=q68CLk2CNik&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=13>

EXERCICE : Représenter une fonction affine

<https://www.youtube.com/watch?v=oSYQHAXS3uM&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=14>

Prépare ton Brevet : fonctions affines

<https://www.youtube.com/watch?v=iWiqRdsIs7I&list=PLVUDmbpupCaoSw6dpPM3HbOKISJGz5lhn&index=16>

EXERCICES – CHAPITRE 16

I) Notion de fonction affine, p 109

1 Parmi les fonctions suivantes, détermine...

$$f : x \mapsto 4x - 3$$

$$g : x \mapsto 5 - 2x$$

$$h : x \mapsto 4,5x$$

$$j : x \mapsto 3x^2 + 5$$

$$k : x \mapsto -4$$

$$l : x \mapsto \frac{1}{x}$$

a. celles qui sont affines :

b. celles qui sont linéaires :

c. celles qui sont constantes :

d. celles qui ne sont pas affines :

b. La fonction par laquelle la longueur du rayon d'un cercle a pour image le périmètre de ce cercle.

.....
.....
.....

2 Dans chacun des cas ci-dessous, indique si la fonction est affine et justifie.

a. La fonction qui, à un nombre, associe le résultat du programme de calcul suivant.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 1.
- Multiplier le tout par 3.
- Annoncer le résultat.



c. La fonction qui, à la longueur du rayon d'un disque, associe l'aire de ce disque.

.....
.....
.....

II) Images, antécédents, p.109

3 g est la fonction définie par $g(x) = 2x - 5$.

a. Complète le tableau de valeurs ci-dessous.

x	- 5,5	- 3		0		15	
$g(x)$			0		5		2,4

b. Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifie.

.....
.....

4 On considère la fonction $f : x \mapsto - 3x + 7$.

a. Calcule $f(8)$.

b. Calcule l'image de 0.

c. Calcule l'antécédent de 2.

.....
.....

5 Une agence de location de voitures propose le tarif suivant : un forfait de 100 € auquel s'ajoute 0,70 € par kilomètre parcouru.

a. Calcule le prix à payer pour 540 km parcourus.

.....
.....

b. Avec un budget de 275 €, combien de kilomètres peut-on parcourir ?

.....
.....

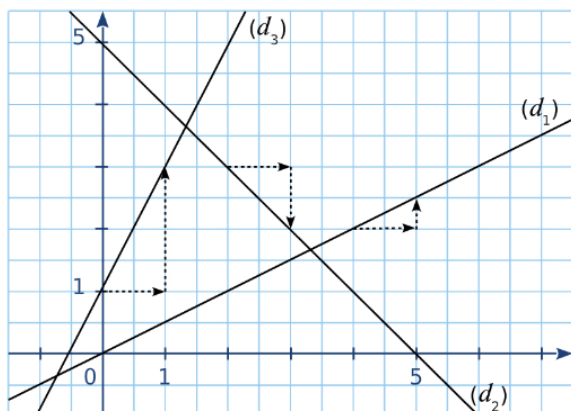
c. On considère la fonction f qui, au nombre de kilomètres parcourus d , associe le prix à payer. Donne une expression de f , ainsi que sa nature.

d. Traduis les réponses des questions **a** et **b** en utilisant la fonction f .

.....

III) Représentations graphiques, p.110, 111

2 Les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) sont les représentations graphiques respectives de trois fonctions affines f_1 , f_2 et f_3 .



a. Indique la (les) fonction(s) qui ont un coefficient négatif.

b. Indique le coefficient de chaque fonction.

Fonction	f_1	f_2	f_3
Coefficient			

c. Indique l'ordonnée à l'origine de chaque droite.

Droite	(d_1)	(d_2)	(d_3)
Ordonnée à l'origine			

d. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

3 Soit la fonction $g : x \mapsto 2x - 1$.

a. Quelle est la nature de sa représentation graphique ? Justifie.

b. Complète le tableau suivant.

x	0	1
$g(x)$		



c. Déduis-en les coordonnées de deux points appartenant à cette représentation graphique.

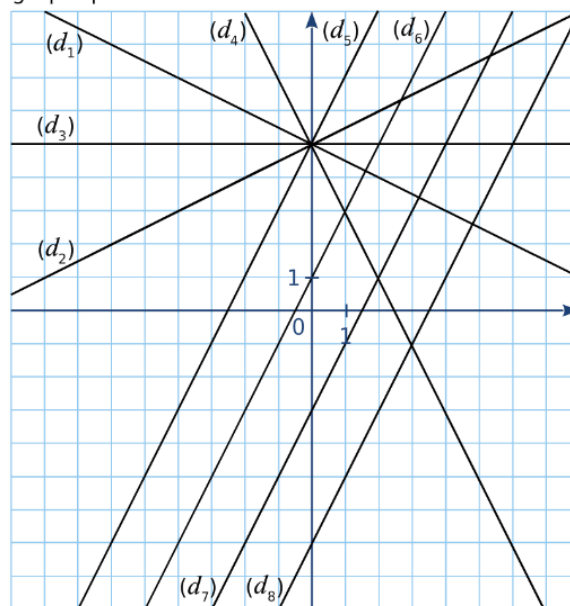
d. Trace la représentation graphique de la fonction g dans le repère ci-dessous.

e. Par lecture graphique, complète le tableau de valeurs suivant.

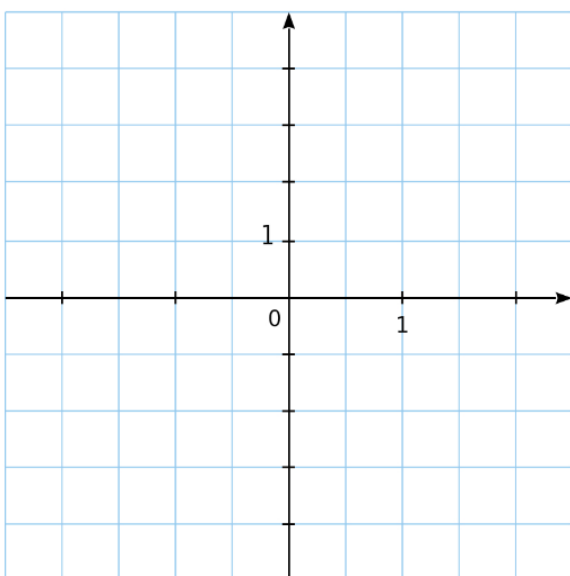
x	-2	-1	0,5		
$g(x)$				2	3

f. Quelle est l'image de 2 par g ?

3 Par lecture graphique, indique pour chaque fonction affine quelle droite est sa représentation graphique.



Fonction	Droite	Fonction	Droite
$x \mapsto 2x + 1$	$(d_{\dots})$	$x \mapsto 2x - 3$	$(d_{\dots})$
$x \mapsto \frac{1}{2}x + 5$	$(d_{\dots})$	$x \mapsto 2x - 7$	$(d_{\dots})$
$x \mapsto -2x + 5$	$(d_{\dots})$	$x \mapsto -\frac{1}{2}x + 5$	$(d_{\dots})$
$x \mapsto 5$	$(d_{\dots})$	$x \mapsto 2x + 5$	$(d_{\dots})$



g. Quel nombre a pour image 2 par g ?

h. Quelle est l'image de 0,5 par g ?

i. Quel est l'antécédent de -3 par g ?

j. $g(-1,5) = \dots$

k. $g(4) = \dots$

l. $g(\dots) = 1$

m. $g(\dots) = -1,5$