

## CHAPITRE 7 – PROPORTIONNALITE, APPLICATIONS

### I) Reconnaître un tableau de proportionnalité.

**Définition :** Un *tableau de proportionnalité* est un tableau dans lequel on obtient chaque nombre d'une ligne en multipliant toujours le nombre correspondant de l'autre ligne par un même nombre non nul. Ce nombre est appelé le *coefficient de proportionnalité*.

Le tout est donc de savoir reconnaître si un tableau est un tableau de proportionnalité ou non. Pour faire ceci, on divise chaque nombre de la deuxième ligne du tableau par le nombre lui correspondant dans la première. Si l'on obtient le même résultat à chaque fois, c'est une situation de proportionnalité. S'il y a la moindre différence, ce n'est pas une situation de proportionnalité.

**Exemple Tableau de proportionnalité**

|                    |     |    |    |
|--------------------|-----|----|----|
| Nombre de macarons | 6   | 10 | 15 |
| Prix (en €)        | 8,4 | 14 | 21 |

$\frac{8,4}{6} = 1,4$  ;  $\frac{14}{10} = 1,4$  ;  $\frac{21}{15} = 1,4$   
Le coefficient de proportionnalité est **1,4**.  
Cela signifie ici que 1 macaron coûte 1,40 €.

**Tableau de non proportionnalité**

|                          |    |    |
|--------------------------|----|----|
| Durée de location (en h) | 2  | 5  |
| Prix (en €)              | 17 | 38 |

$\frac{17}{2} = 8,5$  ;  $\frac{38}{5} = 7,6$  et  $8,5 \neq 7,6$   
Ce n'est donc pas un tableau de proportionnalité.

**Vidéo :** Reconnaître un tableau de proportionnalité  
<https://www.youtube.com/watch?v=O7oU-J1OqCw&list=PLVUDmbpupCao94NJhVzR96gbJ1Srzk-&index=1>

### II) Calculer une quatrième proportionnelle.

**Définition :** Calculer une *quatrième proportionnelle* signifie calculer un nombre manquant dans un tableau de proportionnalité à partir de trois autres nombres.

On va étudier toutes les méthodes possibles sur un exemple, qui voici. Le prix (en euros) des cerises est proportionnel à leur masse (en kg). On souhaite connaître le prix de 5 kg de cerises.

|              |       |     |       |
|--------------|-------|-----|-------|
| Cerises (kg) | 4     | 1   | 5     |
| Prix (€)     | 11,20 | 2,8 | ----- |

#### 1) Opérations sur les lignes et colonnes

- **Méthode 1 :** Par le coefficient de proportionnalité.

On calcule le coefficient de proportionnalité :  $\frac{11,20}{4} = 2,8$  . Donc 5 kg de cerises coûtent 5 fois ce coefficient :  $5 \times 2,8 = 14$

|       |   |
|-------|---|
| 4     | 5 |
| 11,20 | x |

- **Méthode 2 :** Par une multiplication de quantité.

Par proportionnalité on peut affirmer que le prix de 5kg de cerises est 5 fois celui de 1kg de cerises. On a donc  $2,80 \times 5 = 14$  .

|      |   |
|------|---|
| 1    | 5 |
| 2,80 | x |

• **Méthode 3** : Par une addition de quantités.

On constate que dans la première ligne, la première colonne additionnée à la seconde donne la troisième ( $4 + 1 = 5$ ). Comme on observe ceci, on peut effectuer la même chose dans la seconde ligne. On obtient alors  $11,20 + 2,80 = 14$

|       |      |   |
|-------|------|---|
| 4     | 1    | 5 |
| 11,20 | 2,80 | x |

**Conclusion** : Peu importe la méthode, on trouve le même résultat. On a le récapitulatif :

**Remarque** : On retiendra aussi que le coefficient de proportionnalité correspond à la valeur de l'unité dans la première ligne. Ici, il signifie que 1kg de cerises coûte 2,8€.

|              |       |   |     |   |    |
|--------------|-------|---|-----|---|----|
| Cerises (kg) | 4     | + | 1   | = | 5  |
| Prix (€)     | 11,20 | + | 2,8 | = | 14 |

$\times 2,8$

$\times 5$

**2) Le produit en croix**

Cette méthode consiste à déterminer la valeur d'une quatrième proportionnelle à l'aide de trois autres valeurs et de deux opérations : une multiplication et une division. Son nom vient du symbole formé dans le tableau si on représente l'ordre des nombres dans ces opérations. Il a l'avantage de fonctionner peu importe les valeurs, mais demande plus de calculs.

|       |   |
|-------|---|
| 4     | 5 |
| 11,20 | x |

$$5 \times 11,20 \div 4 = 14$$

**Vidéos :**

Compléter un tableau de proportionnalité

[https://www.youtube.com/watch?v=g6O2B\\_5TuCc&list=PLVUDmbpupCao94NJlhVzR96gbJ1Srzk-&index=2](https://www.youtube.com/watch?v=g6O2B_5TuCc&list=PLVUDmbpupCao94NJlhVzR96gbJ1Srzk-&index=2)

EXERCICE : Appliquer la proportionnalité

<https://www.youtube.com/watch?v=RsYHmIKdJzU&list=PLVUDmbpupCao94NJlhVzR96gbJ1Srzk-&index=3>

Appliquer les produits en croix

[https://www.youtube.com/watch?v=NKdhdmVoY1g&list=PLVUDmbpupCar\\_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=2](https://www.youtube.com/watch?v=NKdhdmVoY1g&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=2)

EXERCICE : Appliquer les produits en croix

[https://www.youtube.com/watch?v=vf6zZty7PLU&list=PLVUDmbpupCar\\_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=3](https://www.youtube.com/watch?v=vf6zZty7PLU&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=3)

**III) Proportionnalité et pourcentages.**

**Définition :**

- Déterminer une *proportion*, c'est écrire sous forme décimale le quotient d'un nombre correspondant à la taille d'un sous-groupe par la taille du groupe total.
- Déterminer un *pourcentage*, c'est écrire cette proportion sous la forme d'une écriture fractionnaire dont le dénominateur est 100.

**Exemple** : Parmi les 500 élèves d'un collège, 120 sont externes. Pour calculer le pourcentage d'élèves externes, on calcule la proportion d'élèves externes parmi les collégiens.  $\frac{120}{500} = 0,24 = \frac{24}{100}$   
Donc 24 % des élèves de ce collège sont externes.

Admettons que l'on veuille déterminer  $p\%$  d'une quantité de départ  $q$ . Si l'on dresse un tableau de proportionnalité et qu'on y insère les bonnes valeurs aux bons endroits, on obtient ce qui suit :

|                    |     |     |
|--------------------|-----|-----|
| <b>Quantité</b>    | $q$ | ... |
| <b>Pourcentage</b> | 100 | $p$ |

On voit qu'avec le produit en croix, la case manquante est égale à  $q \times \frac{p}{100}$  et on peut en déduire :

**Propriété :** Prendre  $p\%$  d'une quantité  $q$  c'est multiplier cette quantité  $q$  par  $\frac{p}{100}$ .

**Exemples :**

- Pour prendre 72 % de 125 g  $125 \times \frac{72}{100} = 125 \times 0,72 = 90$ . Ainsi prendre 72 % de 125 g revient donc à prendre 90 g.
- A l'UNSS, on sait que 15 élèves sont inscrits, et représentent 30% de l'effectif inscrit à l'UNSS. Ce qui signifie que l'on cherche la quantité  $q$  telle que  $q \times \frac{30}{100} = q \times 0,3 = 15$   
On trouve que  $q = \frac{15}{0,3} = 50$ , donc 50 élèves sont inscrits à l'UNSS.

**Remarque :** Pour illustrer, les tableaux de proportionnalité utilisés sont les suivants :

|                    |     |     |
|--------------------|-----|-----|
| <b>Externes</b>    | 500 | 120 |
| <b>Pourcentage</b> | 100 | 24  |

|                    |     |    |
|--------------------|-----|----|
| <b>Poids (g)</b>   | 125 | 90 |
| <b>Pourcentage</b> | 100 | 72 |

|                    |     |    |
|--------------------|-----|----|
| <b>Elèves</b>      | 50  | 15 |
| <b>Pourcentage</b> | 100 | 30 |

(Les données en rouge sont celles qui sont inconnues au départ et que l'on cherche à déterminer)

**Vidéos :**

Appliquer un pourcentage

<https://www.youtube.com/watch?v=2UVaPRdSMl0&list=PLVUDmbpupCao94NJlhVzR96gbJ1Srzk-&index=6>

Calculer un pourcentage

<https://www.youtube.com/watch?v=vAK1NWWi8&list=PLVUDmbpupCao94NJlhVzR96gbJ1Srzk-&index=7>

EXERCICE : Calculer des pourcentages

<https://www.youtube.com/watch?v=4Ii1FtAxAIY&list=PLVUDmbpupCao94NJlhVzR96gbJ1Srzk-&index=8>

Effectuer des calculs de pourcentages (1)

[https://www.youtube.com/watch?v=iL\\_U6er\\_l2Y&list=PLVUDmbpupCar\\_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=8](https://www.youtube.com/watch?v=iL_U6er_l2Y&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=8)

Effectuer des calculs de pourcentages (2)

[https://www.youtube.com/watch?v=s4GTUFJ6MZ8&list=PLVUDmbpupCar\\_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=9](https://www.youtube.com/watch?v=s4GTUFJ6MZ8&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=9)

EXERCICE : Effectuer des calculs de pourcentages

[https://www.youtube.com/watch?v=UsGn1GIF-sU&list=PLVUDmbpupCar\\_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=10](https://www.youtube.com/watch?v=UsGn1GIF-sU&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=10)

## **IV) Proportionnalité et graphiques.**

**Propriété :**

1) Toute situation de proportionnalité se représente graphiquement par des points alignés avec l'origine du repère.

2) Tout graphique dont les points sont alignés avec l'origine du repère est représentatif d'une situation de proportionnalité.

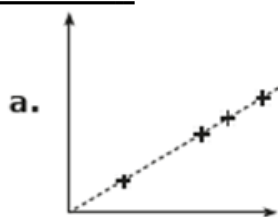
On peut alors repérer graphiquement si une situation relève de la proportionnalité ou non en observant sa représentation graphique. Par ailleurs, toute droite passant par l'origine peut représenter une situation de proportionnalité.

**Vidéo :**

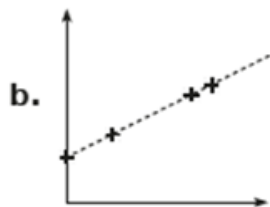
Représenter graphiquement une situation de proportionnalité

[https://www.youtube.com/watch?v=Ta0fH0tLJKw&list=PLVUDmbpupCar\\_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=5](https://www.youtube.com/watch?v=Ta0fH0tLJKw&list=PLVUDmbpupCar_s2qex41RR4RIhrSEGYd6&index=5)

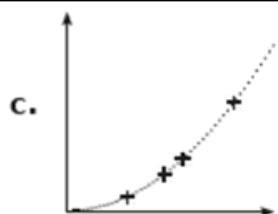
## Illustration :



Les points sont alignés avec l'origine du repère, donc c'est une situation de proportionnalité.



Les points sont alignés, mais pas avec l'origine du repère, donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.



Les points sont ne sont pas alignés, donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.

## EXERCICES – CHAPITRE 7

### 1) Reconnaître un tableau de proportionnalité, p. 134

**1** Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

a.

|    |    |    |
|----|----|----|
| 10 | 15 | 30 |
| 15 | 25 | 50 |

b.

|   |    |      |
|---|----|------|
| 7 | 63 | 73,5 |
| 9 | 81 | 94,5 |

c.

|      |      |
|------|------|
| 10,4 | 19,5 |
| 26   | 50,5 |

**2** Les prix pratiqués par ce cinéma sont-ils proportionnels au nombre de séances ?

|                     |   |    |     |
|---------------------|---|----|-----|
| Nombre de séances   | 1 | 4  | 14  |
| Prix à payer (en €) | 8 | 32 | 112 |

**3** Les subventions du Conseil général sont-elles proportionnelles au nombre d'élèves ? Justifie.

|                                                       |                                                         |
|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Collège A. Daudet</b><br>1 430 000 €<br>650 élèves | <b>Collège V. Van Gogh</b><br>1 276 000 €<br>580 élèves |
|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|

## II) Calculer une quatrième proportionnelle, p.135

**1** Complète ces tableaux de proportionnalité, en expliquant comment tu fais.

a.

|   |   |
|---|---|
| 2 | 4 |
| 3 |   |

b.

|    |    |
|----|----|
| 10 |    |
| 80 | 16 |

**5** La pâtissière a pesé ces beignets et a trouvé :



Combien pèse(nt) :

• 5 beignets ?

• 6 beignets ?

• 10 beignets ?

• 1 beignet ?

|   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|----|----|----|
| 4 | 2 | 6 |    |    | 14 |
|   |   | 9 | 15 | 18 |    |

**2** Complète le tableau donnant le périmètre et l'aire de plusieurs carrés de côtés différents.

|                         |   |   |   |    |
|-------------------------|---|---|---|----|
| Côté (cm)               | 2 | 3 | 4 | 10 |
| Périmètre (cm)          | 8 |   |   |    |
| Aire (cm <sup>2</sup> ) | 4 |   |   |    |

Réponds aux questions suivantes en justifiant.

a. Le périmètre est-il proportionnel au côté du carré ?

c.

|    |   |
|----|---|
| 17 |   |
| 51 | 3 |

d.

|     |    |
|-----|----|
| 500 | 25 |
| 100 |    |

e.

|     |    |
|-----|----|
| 120 | 90 |
| 100 |    |

**4** Remplis ces tableaux de proportionnalité.

|   |    |    |    |
|---|----|----|----|
| 1 | 12 | 8  |    |
| × |    | 24 | 75 |

|     |    |       |       |
|-----|----|-------|-------|
| 185 |    | 361   |       |
| ×   | 72 | 1 444 | 1 700 |

|   |   |    |    |
|---|---|----|----|
|   |   |    | 60 |
| × | 3 | 10 | 26 |

**6** Complète les tableaux de proportionnalité, uniquement à l'aide d'opérations sur les colonnes.

|   |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|
| 6 | 9  | 15 |    | 30 |    |
|   | 21 |    | 63 |    | 84 |

b. L'aire est-elle proportionnelle au côté du carré ?

c. Le périmètre est-il proportionnel à l'aire ?

### III) Proportionnalité et pourcentages, p.137

**1** On a relevé, parmi les 5<sup>e</sup> d'un collège, le nombre d'élèves faisant du sport dans un club. En 5<sup>e</sup>A, 8 élèves sur 25 font du sport en club. En 5<sup>e</sup>B, 13 élèves sur 26 font du sport en club. En 5<sup>e</sup>C, 10 élèves sur 25 font du sport en club.

**a.** Complète les tableaux de proportionnalité.

| 5 <sup>e</sup> A |     | 5 <sup>e</sup> B |     | 5 <sup>e</sup> C |     |
|------------------|-----|------------------|-----|------------------|-----|
| 8                |     | 13               |     | 10               |     |
| 25               | 100 | 26               | 100 | 25               | 100 |

**b.** Complète les phrases suivantes.

- ..... % des élèves de 5<sup>e</sup>A font du sport en club.
- ..... % des élèves de 5<sup>e</sup>B font du sport en club.
- ..... % des élèves de 5<sup>e</sup>C font du sport en club.

**4** Un collège de 620 élèves compte 372 élèves demi-pensionnaires. Quel est le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires de ce collège ?

**6** Voici le nombre d'élèves reçus au Diplôme National du Brevet (DNB) au collège Voltaire.



| Année | Nombres d'élèves inscrits | Nombres d'élèves reçus | Pourcentage de réussite |
|-------|---------------------------|------------------------|-------------------------|
| 2018  | 123                       | 87                     |                         |
| 2019  | 132                       | 90                     |                         |

**a.** Complète la dernière colonne du tableau en arrondissant au centième. En proportion, en quelle année le collège a-t-il connu le plus de réussite au DNB ?

**2** Dans un stade de 25 000 places, il y a eu 21 250 spectateurs lors du dernier match.

**a.** Complète le tableau de proportionnalité.

|        |     |
|--------|-----|
| 21 250 |     |
| 25 000 | 100 |

**b.** Quel était le pourcentage de places occupées pour cette rencontre ?

**3** Un concessionnaire automobile a vendu, cette année, 600 véhicules dont 420 berlines. Dresse un tableau de proportionnalité permettant de déterminer le pourcentage de berlines vendues par ce concessionnaire.

**b.** Parmi les élèves reçus, certains ont eu les mentions suivantes.

| Année | Mention AB | Mention B | Mention TB |
|-------|------------|-----------|------------|
| 2018  | 30         | 21        | 10         |
| 2019  | 31         | 21        | 7          |

Indique alors dans le tableau ci-dessous le pourcentage d'élèves ayant obtenu une mention, en arrondissant au centième.

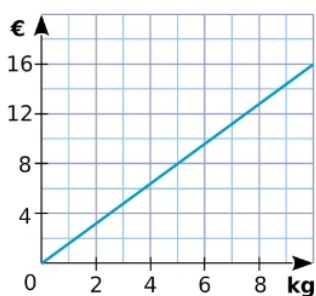
| Année | Mention AB | Mention B | Mention TB |
|-------|------------|-----------|------------|
| 2018  |            |           |            |
| 2019  |            |           |            |

**c.** Parmi les élèves reçus, calcule le pourcentage d'élèves sans mention en 2018, puis en 2019.

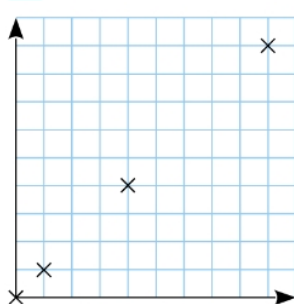
## IV) Proportionnalité et graphiques, issu du manuel de 4e, p.128

**1** Un drôle d'épicier utilise le graphique ci-contre pour indiquer le prix des oranges à ses clients.

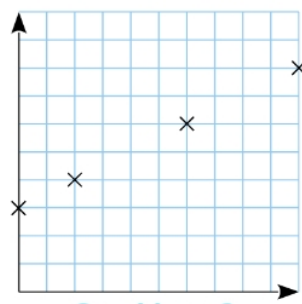
Combien coûte un kilogramme d'oranges ?



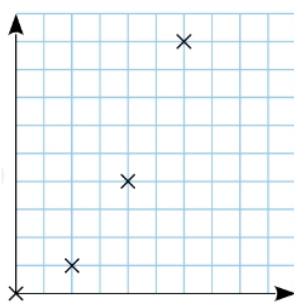
**2** Proportionnalité ou pas ?



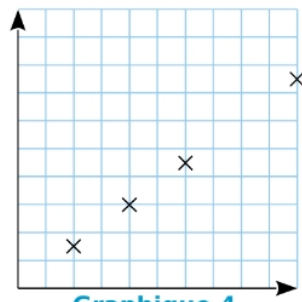
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



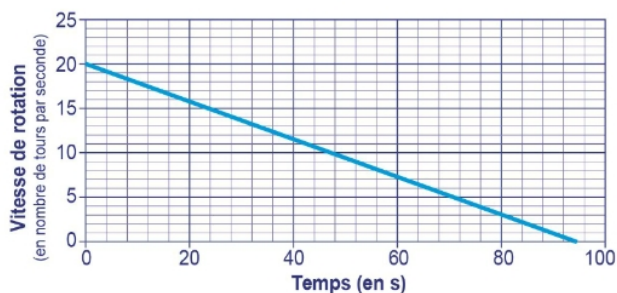
Graphique 4

**4** Le hand-spinner est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même. On donne au hand-spinner une vitesse de rotation initiale au temps  $t = 0$ , puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à son arrêt complet. Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.



Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde.



Inspiré de : [https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner\\_112808](https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner_112808)

Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner sont-ils proportionnels ? Justifie.

S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifie.

Parmi les graphiques ci-dessus...

**a.** lesquels sont susceptibles de représenter une situation de proportionnalité ? Justifie.

**b.** lesquels ne peuvent pas représenter une situation de proportionnalité ? Pourquoi ?

**3** Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.

Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.

