

CHAPITRE 2 - ARITHMÉTIQUE

1) Multiples et diviseurs d'un nombre

1) Multiples d'un nombre

Définition : Un *multiple* d'un nombre entier est un nombre entier qui se trouve dans la table de multiplication du premier nombre.

Exemple :

- 3, 6, et 9 sont des multiples de 3 car : $3 \times 1 = 3$; $3 \times 2 = 6$; $3 \times 3 = 9$; etc.
- 17 n'est pas un multiple de 5 car il n'existe pas de nombre entier tel que le produit de 5 et ce nombre fasse 17 (*clairement, 17 n'est pas dans la table de 5*).

Remarque : 0 est un multiple de n'importe quel nombre a , car $a \times 0 = 0$ peu importe le nombre a .

2) Diviseurs d'un nombre

Définition : On effectue la division d'un nombre entier a par un nombre entier b . Si le résultat est un nombre entier, on dit que b est un *diviseur* de a , que b *divise* a , ou que a *est divisible par* b .

Exemple :

- 4 n'est pas un diviseur de 10 car $10 \div 4 = 2,5$ et ce n'est pas un nombre entier.
- Par contre, 4 est un diviseur de 8 car $8 \div 4 = 2$ qui est un nombre entier.
- Mieux, on peut montrer que la liste des diviseurs de 8 est $\{1 ; 2 ; 4 ; 8\}$.

Remarque : 1 est un diviseur de n'importe quel nombre a , car $a \div 1 = a$ peu importe le nombre a . De plus, les diviseurs vont en général par paire. Ce qui signifie que si on en a trouvé un, il y en a un autre qui lui correspond. Par exemple, 3 est un diviseur de 15 car $15 \div 3 = 5$. Mais ceci veut aussi dire que $15 \div 5 = 3$, donc que 5 est aussi un diviseur de 15.

Rappelons au passage les différents critères de divisibilités par les entiers de 2 à 10 :

Divisibilité par :	Critère
2	Le nombre se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8. On dit qu'il est « pair ».
3	La somme des chiffres est divisible par 3.
4	Le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 4
5	Le nombre se termine par 0 ou 5.
6	Le nombre est divisible par 2 et 3.
9	La somme des chiffres est divisible par 9.
10	Le nombre se termine par 0.

Exemples :

- 123 est divisible par 2 car il est pair (il se finit par 6).
- Il est aussi divisible par 3 car $1 + 2 + 3 = 6$ qui est divisible par 3.
- Il n'est pas divisible par 9 car $1 + 2 + 3 = 6$ qui n'est pas divisible par 9.
- Comme il est divisible par 2 et 3, il est divisible par 6.
- Cependant, il n'est pas divisible par 4 car 23 n'est pas divisible par 4.
- Et il n'est ni divisible par 5 ni par 10 car il se finit par 3.

Important : un nombre possède une infinité de multiples, mais seulement un nombre fini de diviseurs.

Vidéos :

Reconnaître un multiple ou un diviseur

<https://www.youtube.com/watch?v=-PLZF1AG99Q&list=PLVUDmbpupCappZMuDL7e9MdUfjuOZMwdR&index=1>

Déterminer tous les diviseurs d'un nombre

<https://www.youtube.com/watch?v=jteZZBzyai8&list=PLVUDmbpupCappZMuDL7e9MdUfjuOZMwdR&index=2>

EXERCICE : Appliquer les critères de divisibilités

<https://www.youtube.com/watch?v=BJDE6uOrmYQ&list=PLVUDmbpupCappZMuDL7e9MdUfjuOZMwdR&index=4>

II) Multiples et diviseurs communs

Définition :

- Lorsque l'on dresse la liste des multiples de deux nombres, on remarque que certains nombres apparaissent dans les deux listes. On dit alors qu'il s'agit de *multiples communs* aux deux nombres.
- Si l'on dresse la liste des diviseurs de deux nombres, et que l'on constate que certains nombres apparaissent dans les deux listes, on dit alors qu'il s'agit de *diviseurs communs* aux deux nombres.

Exemples :

- Dressons la liste des multiples de 6 et 4 :
Pour 6 : 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; ...
Pour 4 : 4 ; 8 ; 12 ; 16 ; 20 ; 24 ; 28 ; ...
On voit que 12 et 24 sont des *multiples communs* à 4 et 6.
- Dressons la liste des diviseurs de 12 et 15 :
Pour 15 : 1 ; 3 ; 5 ; 15 ;
Pour 12 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 ; ...
On voit que 1 et 3 sont les seuls *diviseurs communs* à 12 et 15.

Remarque :

• A nouveau, il y a *une infinité* de multiples communs à deux nombres et une *liste finie* de diviseurs communs à deux nombres. En pratique, on cherchera surtout le plus petit multiple commun, et le plus grand diviseur commun à deux nombres.

• La façon la plus simple d'obtenir un multiple commun à deux nombres est de multiplier ces nombres entre eux. En effet pour obtenir multiple commun à 6 et 4, on a juste à effectuer $6 \times 4 = 24$, mais ce n'est pas le plus petit car il y a 12.

Vidéos :

Résoudre un problème avec des diviseurs

<https://www.youtube.com/watch?v=BTx0XwEaPB4&list=PLVUDmbpupCappZMuDL7e9MdUfjuOZMwdR&index=3>

III) Nombres premiers

Parmi tous les nombres entiers, il existe une famille de nombres « *spéciaux* » qui possède que très peu de diviseurs. On a la définition suivante :

Définition : Un *nombre premier* est un nombre dont les seuls diviseurs sont 1 et lui-même..

Exemple :

- 7 est un nombre premier, ses seuls diviseurs sont 1 et 7.
- 8 n'est pas un nombre premier, car il a comme diviseurs 1 ; 2 ; 4 ; 8.

Certaines choses sont importantes à savoir concernant ces nombres premiers :

- Propriétés :**
- Il existe une infinité de nombres premiers.
 - La liste des nombres premiers de 1 à 30 est :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Méthode : Pour déterminer si un nombre est premier, il faut tester plusieurs divisions de ce nombre par un nombre premier, de préférence dans l'ordre croissant. Si l'on lui trouve un diviseur, il n'est pas premier. Si on ne lui trouve aucun diviseur, alors il sera premier.

Vidéos : Reconnaître un nombre premier

<https://www.youtube.com/watch?v=g9PLLhnCv88&list=PLVUDmbpupCappZMuDL7e9MdUfjuOZMwdR&index=5>

EXERCICES - CHAPITRE 2

1) Multiples et diviseurs d'un nombre

1) Multiples d'un nombre

1 Écris la liste des huit premiers multiples de...

a. 10 :

b. 3 :

c. 8 :

5 Quel est le plus grand multiple...

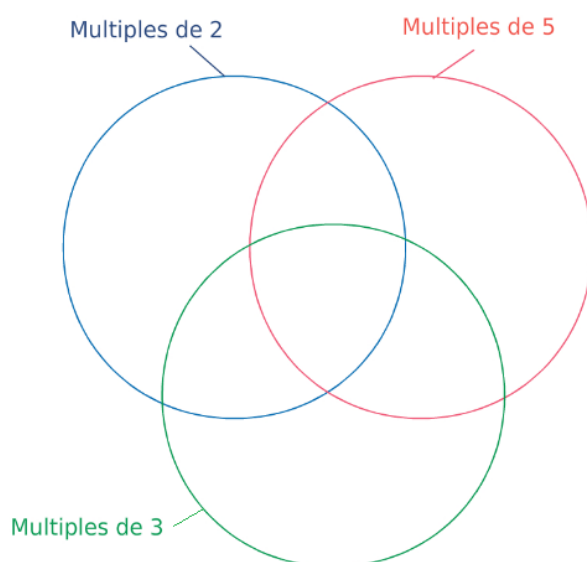
a. de 9, inférieur à 160 ?

b. de 11, inférieur à 160 ?

c. de 15, inférieur à 160 ?

2 Place les nombres suivants dans le schéma ci-contre.

33	75	60	50	6	11	44	95	100
25	18	27	66	30	300	15	45	



2) Diviseurs d'un nombre

6 Entoure...

a. les diviseurs de 8.

1 2 3 4 5 6 7 8

b. les diviseurs de 11.

1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11

c. les diviseurs de 12.

1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12

2 Mets une croix quand c'est vrai.

Le nombre est divisible par...	2	3	5	9	10
a. 240					
b. 644					
c. 645					
d. 2 030					
e. 20 025					
f. 56 241					
g. 56 242					
h. 56 243					
i. 56 400					

7 Écris la liste des diviseurs de...

a. 32 :

b. 36 :

c. 45 :

d. 24 :

1 Critères de divisibilité

a. 157 326 est-il divisible par 2 ? Justifie.

b. 157 326 est-il divisible par 5 ? Justifie.

c. 157 326 est-il divisible par 10 ? Justifie.

d. 157 326 est-il divisible par 3 ? Justifie.

e. 157 326 est-il divisible par 9 ? Justifie.

5 Colorie le chemin pour aller de la case 99 à la case 108 en ne passant que par des nombres divisibles par 9, horizontalement et verticalement.

99	27	7875	934	117	9999	63	8321	69	
	980	1116	128	9000	777	4455	109	675	
	732	8784	666	7866	304	963	124	946	
	132	678	418	456	2044	7272	1070	6666	
	1152	4200	82	1035	3303	54	5543	765	
	4778	354	4779	234	9001	1117	208	89	
	810	888	7200	998	632	5544	36	945	
	101	7001	6669	8757	207	1071	2350	2358	108

II) Multiples et diviseurs communs

4 Multiples communs

a. Écris tous les multiples de 4, inférieurs à 90.

b. Écris tous les multiples de 6, inférieurs à 90.

c. Entoure les nombres qui apparaissent dans les deux listes. Que remarques-tu ?

8 Diviseurs communs

a. Écris tous les diviseurs de 18.

b. Écris tous les diviseurs de 24.

c. Entoure les nombres qui apparaissent dans les deux listes. Que remarques-tu ?

6 L'horloge de la chambre sonne toutes les 6 h. Celle de la cuisine sonne toutes les 15 h. Ce matin, elles ont sonné ensemble à 8 h. À quelle heure sonneront-elles de nouveau ensemble ?

.....

.....

.....

.....

3 Un garçon de café doit répartir 36 croissants et 24 pains au chocolat dans des corbeilles. Chaque corbeille doit avoir le même contenu. Quelles sont les répartitions possibles ?

.....

.....

.....

.....

III) Nombres premiers

1 Explique pourquoi aucun des nombres suivants n'est un nombre **premier**.

a. 276

.....

b. 369

.....

c. 45 655

.....

d. le résultat de 59×31

.....

e. le résultat de $5 + 7$

.....

2 Donne la liste de tous les nombres premiers **inférieurs** à 30.

.....

.....

3 Entoure les nombres **premiers** dans la liste suivante. Pour les autres, explique pourquoi ils ne sont pas premiers.

17 72 39 60 99 29 31 93 27

.....

.....

.....

.....