

CHAPITRE 13 – POURCENTAGES, ÉVOLUTIONS

1) Pourcentages - Rappels

1) Définitions et méthodes

Définition :

- Déterminer une *proportion*, c'est écrire sous forme décimale le quotient d'un nombre correspondant à la taille d'un sous-groupe par la taille du groupe total.
- Déterminer un *pourcentage*, c'est écrire cette proportion sous la forme d'une écriture fractionnaire dont le dénominateur est 100.

Exemple : Parmi les 500 élèves d'un collège, 120 sont externes. Pour calculer le pourcentage d'élèves externes, on calcule la proportion d'élèves externes parmi les collégiens. $\frac{120}{500} = 0,24 = \frac{24}{100}$
Donc 24 % des élèves de ce collège sont externes.

Propriété : On prend p un nombre positif. Prendre $p\%$ d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{p}{100}$

Explication : Il suffit de dresser un tableau de proportionnalité et d'y insérer les bonnes valeurs aux bons endroits. Ainsi, si je veux $t\%$ d'une quantité q , on a le tableau suivant :

<i>Quantité</i>	q	...
<i>Pourcentage</i>	100	p

On voit que la case vide vaut $q \times \frac{p}{100}$, donc on a bien multiplié la quantité de départ par $\frac{p}{100}$.

Exemples :

- Pour prendre 72 % de 125 g $\frac{72}{100} \times 125 = 0,72 \times 125 = 90$. Ainsi prendre 72 % de 125 g revient donc à prendre 90 g.
- A l'UNSS, on sait que 15 élèves sont inscrits, et représentent 30% de l'effectif inscrit à l'UNSS. Ce qui signifie que l'on cherche la quantité q telle que $q \times \frac{30}{100} = q \times 0,3 = 15$
On trouve que $q = \frac{15}{0,3} = 50$, donc 50 élèves sont inscrits à l'UNSS.

Remarque : Pour illustrer, les tableaux de proportionnalité utilisés sont les suivants :

<i>Externes</i>	500	120
<i>Pourcentage</i>	100	24

<i>Poids (g)</i>	125	90
<i>Pourcentage</i>	100	72

<i>Elèves</i>	50	15
<i>Pourcentage</i>	100	30

(Les données en rouge sont celles qui sont inconnues au départ et que l'on cherche à déterminer)

2) Calcul mental, astuces

Certains pourcentages doivent être connus par coeur avec ces différentes méthodes :

- Prendre 10%, c'est diviser la quantité de départ par 10.
- Prendre 25%, c'est diviser la quantité de départ par 4.
- Prendre 50%, c'est diviser la quantité de départ par 2.
- Prendre 1%, c'est diviser la quantité de départ par 100.

On peut alors déterminer d'autres pourcentages sans nécessairement avoir besoin de la calculatrice.

Exemple : Prendre 38% d'une quantité, c'est prendre $25\% + 10\% + 3 \times 1\%$ de la quantité de départ. Sur une quantité de départ de 1200€ :

25% vaut $1200 \div 4 = 300\text{€}$, 10% vaut $1200 \div 10 = 120\text{€}$, et 1% vaut $1200 \div 100 = 12\text{€}$.

Finalement, prendre 38% de 1200€, c'est prendre $300 + 120 + 3 \times 12 = 456\text{€}$.

Vidéos :

Calculer avec des pourcentages (sixième)

<https://www.youtube.com/watch?v=ixjag8jXLXk&list=PLVUDmbpupCqI5Lwzi6zDflJ7lRV7mFtA>

Calculer le pourcentage d'un nombre (sixième)

<https://www.youtube.com/watch?v=ZoBNgFIj0Rw&list=PLVUDmbpupCqI5Lwzi6zDflJ7lRV7mFtA&index=3>

Appliquer un pourcentage (sixième)

<https://www.youtube.com/watch?v=Ce6E56gsbY0&list=PLVUDmbpupCqI5Lwzi6zDflJ7lRV7mFtA&index=2>

EXERCICE : Appliquer un pourcentage

<https://www.youtube.com/watch?v=MpQVpvTZBGk&list=PLVUDmbpupCqI5Lwzi6zDflJ7lRV7mFtA&index=4>

II) Pourcentages, évolutions

Cette section concerne l'autre utilisation des pourcentages traduisant une évolution d'une quantité. Si lors des soldes on vous indique "*Pantalon à 60€, soldé à -30%*", il s'agit de savoir calculer son prix final. Si l'on vous dit que l'article passe de 80 à 60€, on peut se demander quel a été le pourcentage de baisse... Commençons par quelques notions.

Définition : Lorsqu'une même quantité passe d'une valeur Q_1 à une valeur Q_2 , on dit qu'elle subit une *évolution*. Si $Q_1 > Q_2$, il s'agit d'une *baisse* et si $Q_1 < Q_2$, il s'agit d'une *hausse*.

Remarque : Explicitement, une hausse se caractérise lorsque la valeur finale est supérieure à la valeur de départ, et une baisse l'inverse.

Exemple : En solde, un pull passe de 30€ à 25€. On a donc $Q_1 = 30$ et $Q_2 = 25$. Comme $30 > 25$, c'est une baisse. De même si l'essence passe de 1,50€ le litre à 1,56€ le litre, on aura alors $Q_1 = 1,50$ et $Q_2 = 1,56$. Il s'agit ici d'une hausse car $Q_1 < Q_2$.

Propriété : Si une quantité Q subit une évolution de $t\%$, pour déterminer sa valeur finale :

- Si c'est une hausse, alors on la multiplie par $1 + \frac{t}{100}$
- Si c'est une baisse, alors on la multiplie par $1 - \frac{t}{100}$

Définition : Ce nombre $1 \pm \frac{t}{100}$ se nomme *coefficient d'évolution* ou *taux d'évolution*.

Exemple :

- Si l'on reprend l'exemple du début de section concernant le pantalon, alors si le prix de départ est de 60€ et qu'il subit une baisse de 30%, son prix final en euros est de :

$$60 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 60 \times (1 - 0,3) = 60 \times 0,7 = 42$$

- Supposons maintenant que le salaire d'un employé dans une entreprise, qui est de 1600€ à la base, augmente de 12%. Alors son nouveau salaire en euros est de :

$$1600 \times \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 1600 \times (1 + 0,12) = 1600 \times 1,12 = 1792$$

- Si le prix du litre d'essence est passé de 1,50€ à 1,56€, alors le taux d'évolution est de :

$$\frac{1,56}{1,50} = 1,04 = 1 + 0,04 = 1 + \frac{4}{100}$$

Le pourcentage d'évolution correspondant est alors de 4%.

Remarque : On peut lire dans le coefficient d'évolution s'il s'agit d'une hausse ou d'une baisse. Il représentera une hausse lorsqu'il sera supérieur à 1, et une baisse lorsqu'il sera inférieur à 1.

Vidéos : Le cours – Pourcentages (Troisième)

https://www.youtube.com/watch?v=1UV378tA_Hg&list=PLVUDmbpupCarQ8OxEqHfYwdHMQbdeWc87&index=1

Effectuer un calcul de pourcentages

https://www.youtube.com/watch?v=c2s_Fta0jCo&list=PLVUDmbpupCarQ8OxEqHfYwdHMQbdeWc87&index=2

EXERCICE : Effectuer un calcul de pourcentages

https://www.youtube.com/watch?v=ox_74_t_bAQ&list=PLVUDmbpupCarQ8OxEqHfYwdHMQbdeWc87&index=3

Résoudre un problème de pourcentages

https://www.youtube.com/watch?v=_HXPkDRYCYA&list=PLVUDmbpupCarQ8OxEqHfYwdHMQbdeWc87&index=4

Prépare ton brevet : Pourcentages

<https://www.youtube.com/watch?v=Z5ZxJ4QQ8O0&list=PLVUDmbpupCarQ8OxEqHfYwdHMQbdeWc87&index=10>

EXERCICES – CHAPITRE 13

1) Pourcentages, rappels, p131-132 cahier de 4ème

1 Voici les valeurs (en m) des lancers de poids réalisés par les 11 finalistes aux JO de 2008 :

20,06 20,53 21,09 19,67 20,98 20,42
21,51 21,04 20,41 20,63 21,05

Calcule le pourcentage des lanceurs qui ont franchi les 21 m.

.....
.....

4 Langues en voie de disparition

En 2010, l'UNESCO* a dressé un inventaire des langues en danger dans le monde. Il vise à susciter une prise de conscience sur la nécessité de préserver une diversité linguistique mondiale. Voici un tableau récapitulatif du nombre de langues en voie de disparition ou déjà éteintes.

Niveau de vitalité	En voie de disparition	Déjà éteintes	Total
Nombres de langues		231	2 580

a. Sur 6 000 langues répertoriées, 43 % sont soit en voie de disparition, soit déjà éteintes. Montre, par un calcul, que cela représente un total de 2 580 langues.

.....
.....

b. Déduis-en le nombre de langues qui sont en voie de disparition.

.....
.....

c. Calcule le pourcentage de langues qui sont déjà éteintes sur les 6 000 langues répertoriées dans le monde.

.....

2 Il a été demandé aux familles de deux villages voisins S et T de répondre à la question suivante : « Êtes-vous favorable à l'aménagement d'une piste cyclable entre les deux villages ? »

a. Dans le village S, 60 % des 135 familles consultées ont répondu « Oui ». Dans ce village, combien de familles sont favorables à ce projet ?

.....
.....
.....

b. Dans le village T, il y a 182 réponses favorables sur les 416 familles consultées. Quel est le pourcentage de « Oui » pour le village T ?

.....
.....
.....

c. La décision d'aménager la piste cyclable ne peut être prise qu'avec l'accord de la majorité des familles de l'ensemble des deux villages. La piste cyclable sera-t-elle réalisée ?

.....
.....
.....

II) Pourcentages, évolutions

2 Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifie.

a. Un billet Paris-New York coûte 400 €. La compagnie *Air International* propose une réduction de 20 %. Le billet ne coûte plus que 380 €.

b. Augmenter un prix de 30 % puis effectuer une remise de 30 % sur ce nouveau prix revient à redonner à l'article son prix initial.

c. Un article coûte 120 €. Une fois soldé, il coûte 90 €. Le pourcentage de réduction est 25 %.

3 Voici trois documents.

Document 1 : Le salaire moyen brut (*salaire non soumis aux charges*) des Français s'établissait en 2010 à 2 764 € par mois. *Étude publiée par l'INSEE en juin 2012*

Document 2 : La population française est estimée en 2010 à 65 millions d'habitants.

Document 3 : « Le taux de pauvreté enregistré en cette année 2010 concerne 8,6 millions de Français qui vivent donc en dessous du seuil de pauvreté évalué à 964 € par mois. »
Extrait d'un reportage diffusé sur BFM TV en septembre 2012

a. En France, le salaire que touche effectivement un employé est égal au salaire brut diminué de 22 % et est appelé le salaire net. Montre que le salaire net moyen que percevait un Français en 2010 était de 2 155,92 €.

3 Voici un article trouvé sur Internet.

« D'après l'Observatoire des Usages Internet de Médiamétrie, au dernier trimestre 2011, 28 millions d'internautes ont acheté en ligne. Au premier trimestre de 2012, on constate une augmentation de 11 % du nombre d'achats en ligne. »

En utilisant les données de cet article, calcule le nombre de cyber-acheteurs au premier trimestre 2012. Arrondis le résultat à 0,1 million près.

4 Dans l'Océan Pacifique Nord, des déchets plastiques qui flottent se sont accumulés pour constituer une poubelle géante qui est, aujourd'hui, grande comme six fois la France.

a. Sachant que la superficie de la France est environ 550 000 km², quelle est la superficie actuelle de cette poubelle géante ?

b. Sachant que la superficie de cette poubelle géante augmente chaque année de 10 %, quelle sera sa superficie dans un an ?

c. Que penses-tu de l'affirmation « Dans 4 ans, la superficie de cette poubelle aura doublé. » ? Justifie la réponse.

b. Calcule le pourcentage de Français qui vivaient en 2010 sous le seuil de pauvreté. On arrondira le résultat à l'unité.