

CHAPITRE 15 - STATISTIQUES

I) Rappels de 5ème

Voici les temps d'attentes (en minutes) de 20 clients à la caisse d'un supermarché cet après-midi :

3 ; 5 ; 4 ; 4 ; 2 ; 5 ; 4 ; 3 ; 5 ; 4 ; 4 ; 6 ; 4 ; 3 ; 5 ; 5 ; 3 ; 4 ; 6 ; 5

Plutôt que de faire des études statistiques sur cette longue liste de nombre, on rassemble chaque nombre présent dans un tableau, et on compte le nombre de fois où ce nombre apparaît.

Définition : Le tableau ainsi créé s'appelle une *série statistique*. Chaque nombre présent dans la première ligne du tableau s'appelle une *valeur de la série* et le nombre lui correspondant dans la deuxième ligne s'appelle *l'effectif de cette valeur*. La donnée étudiée dans la série s'appelle le *caractère* de la série.

On obtient le tableau suivant :

Temps d'attente (en min)	2	3	4	5	6
Effectif	1	4	7	6	2

Le caractère de cette série statistique est le temps d'attente à la caisse, exprimé en minutes.

Remarque : En général, on range les valeurs dans l'ordre croissant lorsque ce sont des nombres. De plus, la somme totale de valeurs présentes dans la série s'appelle *l'effectif total* de la série.

Exemple : Dans notre série, l'effectif total est de $1 + 4 + 7 + 6 + 2 = 20$.

Remarque : Les données peuvent être coupées en deux catégories : celles qui peuvent être mesurées par des nombres (l'âge, la taille, une durée en minutes) et celles qui ne peuvent pas (garçon ou fille, la couleur des yeux, la couleur des voitures du parking). Dans le premier cas, on parle de *caractère quantitatif*, et dans le second cas, de *caractère qualitatif*.

II) Moyenne

La moyenne est une donnée statistique qui indique une certaine tendance au sein d'un groupe. Par exemple, lorsque vos notes vous permettent d'obtenir une moyenne de 13 sur 20, ceci signifie que votre niveau dans la matière avoisine ce 13 sur 20. Il existe deux façons de calculer une moyenne selon deux scénarios :

1) Sans utiliser les effectifs

Méthode 1 : Pour calculer la valeur moyenne d'une série de données numériques, on additionne toutes les valeurs, puis on divise cette somme par le nombre total de valeurs.

Pour l'exemple du début :

$$3 + 5 + 4 + 4 + 2 + 5 + 4 + 3 + 5 + 4 + 4 + 6 + 4 + 3 + 5 + 5 + 3 + 4 + 6 + 5 = 84$$

En observant qu'il y a 20 valeurs dans la liste, la moyenne est alors de $84 / 20 = 4,2$.

2) En utilisant les effectifs

Méthode 2 : Pour calculer la moyenne, on additionne les produits de chaque valeur par son effectif, puis on divise cette somme par l'effectif total.

Pour l'exemple du début :
$$\frac{2 \times 1 + 3 \times 4 + 4 \times 7 + 5 \times 6 + 6 \times 2}{1 + 4 + 7 + 6 + 2} = \frac{84}{20} = 4,2$$

Ainsi, le temps d'attente moyen à la caisse a été de 4,2 minutes. Bien évidemment, les deux méthodes donnent le même résultat, on préférera donc en général la seconde méthode si la série est déjà présentée sous forme de tableau. Il est même parfois (voire toujours) plus rentable de faire le tableau, puis d'utiliser cette méthode pour le calcul de la moyenne, plutôt que la première méthode.

Vidéos : Calculer une moyenne
https://www.youtube.com/watch?v=a-RRUIS_CR8&list=PLVUDmbpupCapT2qQJ8UHjQvbahdNQz2pg&index=2
Calculer une moyenne pondérée
https://www.youtube.com/watch?v=iRWmgqycx_0&list=PLVUDmbpupCapT2qQJ8UHjQvbahdNQz2pg&index=3

III) Etendue, médiane

Avant toute chose, il sera ici obligatoire de ranger les valeurs du caractère de la série dans l'ordre croissant. C'est souvent déjà le cas en pratique, mais si ça ne l'est pas, il faudra avant tout effectuer ce classement. Par exemple :

Avant classement						Après classement					
Pointure	41	39	43	40	42	Pointure	39	40	41	42	43
Nb. Personne	6	2	3	4	4	Nb. Personne	2	4	6	4	3

Attention tout de même, classer le tableau signifie également déplacer les effectifs. Si avant le classement il y a 2 personnes qui chaussent du 39 et 4 personnes qui chaussent du 42, il faut également retrouver ceci dans le tableau classé. Ceci revient à déplacer la colonne entière au moment du classement. Bien, le travail préparatif est accompli...

1) Etendue

Cette façon de représenter les données permet de voir facilement à quel point la série est étendue. Après avoir rangé les valeurs dans l'ordre croissant, on peut mesurer l'écart entre les deux valeurs extrêmes :

Définition : On appelle *étendue* d'une série statistique la différence entre la plus grande valeur du caractère et la plus petite valeur du caractère.

Exemple : Dans la série précédente l'étendue est de $43 - 39 = 4$.

2) Médiane

La médiane est la valeur centrale de la série. Elle a parfois une interprétation plus pertinente que la moyenne. Sa définition est la suivante :

Définition : Lorsqu'une série statistique est rangée dans l'ordre croissant, la *médiane* est le nombre *Me* tel que :

- Au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à *Me*.
- Au moins la moitié des valeurs de la série sont supérieures ou égales à *Me*.

Remarque : C'est donc le nombre qui se trouve "au milieu" de la série si l'on écrit toutes les valeurs de la série les unes après les autres.

Il faut distinguer deux cas, selon que l'effectif total soit pair ou impair :

1er cas : Effectif total impair

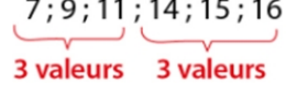
Voici une série de 9 valeurs :
12 ; 14 ; 9 ; 26 ; 21 ; 17 ; 16 ; 24 ; 15.
On range les valeurs **dans l'ordre croissant** :
9 ; 12 ; 14 ; 15 ; **16** ; 17 ; 21 ; 24 ; 26

4 valeurs médiane 4 valeurs

La médiane est $Me = 16$, c'est la valeur telle que :

- 4 valeurs soient inférieures ou égales à *Me*
- 4 valeurs soient supérieures ou égales à *Me*

2ème cas : Effectif total pair

Voici une série de 6 valeurs :
15 ; 7 ; 16 ; 14 ; 11 ; 9
On range les valeurs **dans l'ordre croissant** :
7 ; 9 ; 11 ; 14 ; 15 ; 16

3 valeurs 3 valeurs

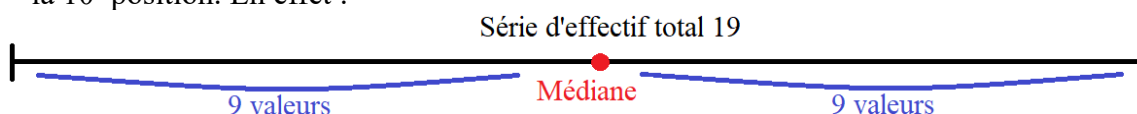
Il faut ici une valeur comprise entre 11 et 14, afin qu'elle soit telle que :

- 3 valeurs soient inférieures à *Me*
- 3 valeurs soient supérieures à *Me*

D'usage, on prend la moyenne entre les deux nombres mentionnés : $Me = \frac{11 + 14}{2} = 12.5$

Attention : Dans le cas où la série statistique serait présentée sous forme de tableau, alors deux options se présentent :

- On réécrit le contenu du tableau en une liste de valeurs. On écrit chaque valeur autant de fois que son effectif. Dans l'exemple précédent des pointures de chaussures, cela revient à :
39, 39, 40, 40, 40, 40, 41, 41, 41, **41**, 41, 41, 42, 42, 42, 42, 43, 43, 43
Puis on effectue le travail à partir de là. L'inconvénient est que cette liste est souvent bien trop longue en pratique pour être manipulée aisément.
- On laisse la série sous forme de tableau mais on effectue quelques calculs. Dans ce même exemple de pointure de chaussures, l'effectif total est 19. Ceci signifie que la médiane sera à la 10^e position. En effet :



De ce fait, il suffit de déterminer la valeur à la 10^e position. En comptant les effectifs, on observe que c'est la pointure **41**.

Vidéos :

Le cours : Statistiques

<https://www.youtube.com/watch?v=DtJAwfouGfY&list=PLVUDmbpupCapT2qQJ8UHjQvbahdNQz2pg>

Déterminer la médiane dans une liste de valeurs

<https://www.youtube.com/watch?v=tf9fFDacKAQ&list=PLVUDmbpupCapT2qQJ8UHjQvbahdNQz2pg&index=4>

Déterminer la médiane dans un tableau

<https://www.youtube.com/watch?v=lv9ZJ8dGn54&list=PLVUDmbpupCapT2qQJ8UHjQvbahdNQz2pg&index=5>

EXERCICE : Calculer une moyenne et une médiane

https://www.youtube.com/watch?v=hOo_hvvJTI&list=PLVUDmbpupCapT2qQJ8UHjQvbahdNQz2pg&index=7

EXERCICES – CHAPITRE 15

II) Moyenne, p.145-147

1 L'infirmière scolaire a relevé le groupe sanguin des élèves de 6^e et 5^e.

Groupe sanguin	A	B	AB	O	Total
Effectif	81	18	9	72	
Fréquence					1
Fréquence en pourcentage					100

a. Quel est l'effectif total de ces deux niveaux ?
 Reporte le résultat dans le tableau.

b. Complète les lignes *Fréquence* et *Fréquence en pourcentage* du tableau.

c. Quelle est la fréquence en pourcentage des élèves qui ne sont pas du groupe AB ?

2 Une équipe de volley-ball comporte 9 joueurs.

a. Voici leur taille.

1,95 m 1,90 m 2,01 m 1,86 m 1,92 m
 2,03 m 1,74 m 1,65 m 1,97 m

Calcule la taille moyenne des joueurs de cette équipe. Arrondis au cm.

2 On a écrit la même expression dans différentes langues.

① Gelukkige verjaardag ② Buon compleanno ③ Happy birthday
 ④ Alles Gute zum Geburtstag ⑤ Joyeux anniversaire ⑥ Feliz cumpleaños



a. Calcule la fréquence des voyelles dans chaque expression (néerlandaise, italienne, anglaise, allemande, française et espagnole).

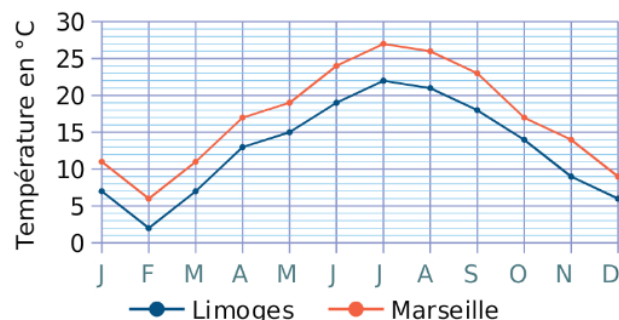
b. Range les nationalités dans l'ordre croissant des fréquences de voyelles.

b. Voici le nombre de points que chaque joueur a marqués cette saison.

35 pts 24 pts 31 pts 32 pts 33 pts
 27 pts 3 pts 0 pt 22 pts

Calcule le nombre moyen de points marqués par cette équipe au cours de la saison.

3 Voici les températures moyennes par mois obtenues en 2018 à Limoges et à Marseille.
 Calcule la moyenne annuelle dans chaque ville.



1 Relie chaque question de la partie gauche à sa réponse de la partie droite. (Aucun calcul n'est nécessaire.)

La moyenne de la série 2 ; 4 ; 8 ; 10 est...

La moyenne d'une série dont les valeurs extrêmes sont 8 et 16 est...

La moyenne des valeurs extrêmes de la série 1 ; 1 ; 2 ; 4 ; 7 est...

La moyenne de la série 1 ; 1 ; 2 ; 4 ; 7 est...

La moyenne de la série 8 ; 8 ; 10 ; 12 ; 12 est...

La moyenne des moyennes de deux séries de moyenne 10 et 14 est...

4 Lors d'une compétition de snowboard, Tom passe deux épreuves : un slalom et une session freestyle en half-pipe.

a. Voici les temps qu'il a réalisés lors de ses trois descentes en slalom.

Descente 1	Descente 2	Descente 3
165 s	181 s	161 s



Quel est le temps moyen de Tom sur le slalom ?

Pour ce résultat, Tom obtient 175 points.

b. Voici maintenant les résultats de Tom sur les trois runs de half-pipe.

Run 1	Run 2	Run 3
187 pts	236 pts	192 pts

Quelle est la moyenne des points obtenus par Tom sur cette seconde épreuve ?

II) Médiane

2 Voici les résultats du DNB blanc de deux classes de 3^e d'un collège de Nouméa.

Pour la 3^e A, on a : 8 ; 7 ; 12 ; 15 ; 15 ; 12 ; 18 ; 18 ; 11 ; 7 ; 8 ; 11 ; 7 ; 13 ; 10 ; 10 ; 6 ; 11

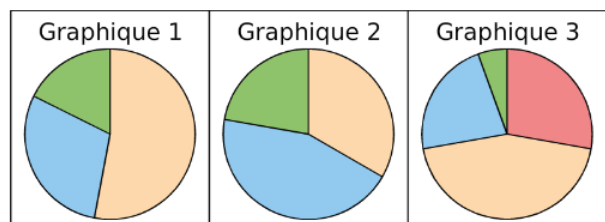
Pour la 3^e B, on a : 7 ; 8 ; 7 ; 9 ; 8 ; 13 ; 8 ; 13 ; 13 ; 8 ; 19 ; 13 ; 7 ; 16 ; 18 ; 12 ; 9

a. Calcule la moyenne de chaque classe, arrondie au dixième. Que constate-t-on ?

b. Calcule ensuite leur médiane.

c. Quelle est, d'après les calculs, la classe ayant le mieux assimilé les leçons ? Justifie la réponse.

d. Deux des graphiques donnés ci-dessous représentent la répartition des notes des classes précédentes. Attribue à chaque classe le graphique qui lui correspond.



Légende

■ [0 ; 5[■ [5 ; 10[■ [10 ; 15[■ [15 ; 20]

Salaires des femmes

1 200 € ; 1 230 € ; 1 250 € ; 1 310 € ; 1 370 €
1 400 € ; 1 440 € ; 1 500 € ; 1 700 € ; 2 100 €

Salaires des hommes

Effectif total : 20 Moyenne : 1 769 €
Médiane : 2 000 €

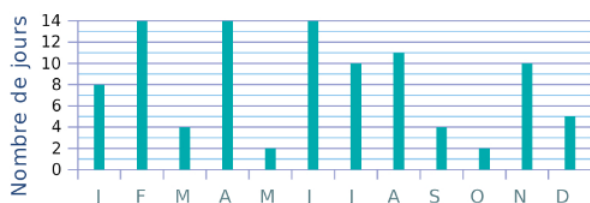
a. Quel est le salaire moyen des femmes ?

.....

.....

.....

1 On a relevé le nombre de jours de pluie (précipitations supérieures à 0,1 mm), dans une ville, chaque mois pendant une année.



a. Quel est le nombre total de jours de pluie, dans cette ville, durant cette année ?

.....

.....

2 Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise.

b. Quel est le salaire moyen de tous les salariés de cette entreprise ?

.....

.....

.....

c. Quel est le salaire médian des femmes ?

.....

.....

b. Calcule le nombre moyen de jours de pluie par mois, dans cette ville, durant cette année. Donne le résultat arrondi à l'unité.

.....

.....

.....

c. Détermine le nombre médian de jours de pluie.

.....

.....

.....