

RECUEIL DE SUJETS D'ENTRAINEMENT AU D.N.B – M.à.J 2022

Ce document recense plusieurs extraits de sujets officiels de D.N.B de ces dernières années (minimum 2019) dans différentes localités. Ils ont été réalisés en cours au courant de l'année, afin de préparer les élèves de troisième au D.N.B au fur et à mesure. Rien de mieux qu'un sujet de D.N.B pour se préparer au D.N.B. Vous trouverez donc ici les sujets choisis avec un résumé des thèmes majeurs abordés dans ces sujets, ainsi que les corrections correspondantes. Tous les sujets sont issus du site de l'A.P.M.E.P : <https://www.apmep.fr/-Brevet-344-sujets-tous-corriges->

Chaque référence de sujet suit le codage suivant :

Localité	Période	N° d'ex.	Thème(s)	Page(s)
----------	---------	----------	----------	---------

EXERCICES				
Métropole	Juin 2021	1	Statistiques, tableur, pourcentages	1
Nv. Calédonie	Déc. 2020	3	Arithmétique	1
Métropole	Juin 2021	2	Arithmétique, théorème de Thalès	2
Nv. Calédonie	Déc. 2020	6	Programme de calcul, expression littérale	3
Antilles, Guyane	Sept. 2020	4	Statistiques, tableur - <i>retravaillé</i>	4, 5
Polynésie	Juin 2022	5	Th. de Pythagore, trigonométrie, Scratch	6, 7
Polynésie	Juin 2021	5	Lecture graphique, fonctions, calcul litt.	7, 8
Centres étr.	Juin 2021	5	Scratch, calcul littéral	9
Métropole	Sept 2021	3	Tableur, calcul littéral	10
Centres étr.	Juin 2021	2	Probabilités	11
Polynésie	Juin 2021	2	Probabilités	12
Métropole	Juin 2021	4	Aires, Volumes	12, 13
Métropole	Juin 2020	4	Tableur, Fonctions	14, 15
Am. du Nord	Juin 2022	1	Thalès, Pythagore, trigonométrie, transfo. plan	15, 16

QUESTIONNAIRES A CHOIX MULTIPLES & VRAI / FAUX				
Amérique du S.	Nov. 2021	1	<i>Ensemble de questions courtes concernant l'ensemble des thèmes abordés dans l'année.</i>	16, 17
Métropole	Sept. 2021	1		17
Asie	Juin 2021	1		18
Amérique du N.	Juin 2021	1		19
Métropole	Juin 2021	3		20

Métropole - Juin 2021, Exercice 1 – Statistiques, Tableur, Pourcentages

Cette feuille de calcul présente les températures moyennes mensuelles à Tours en 2019.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Moyenne sur l'année
2	Température en °C	4,4	7,8	9,6	11,2	13,4	19,4	22,6	20,5	17,9	14,4	8,2	7,8	

1. D'après le tableau ci-dessus, quelle a été la température moyenne à Tours en novembre 2019?
2. Déterminer l'étendue de cette série.
3. Quelle formule doit-on saisir en cellule N2 pour calculer la température moyenne annuelle?
4. Vérifier que la température moyenne annuelle est 13,1 °C.
5. La température moyenne annuelle à Tours en 2009 était de 11,9 °C.
Le pourcentage d'augmentation entre 2009 et 2019, arrondi à l'unité, est-il de : 7 % ; 10 % ou 13 % ? Justifier la réponse.

1. D'après le tableau ci-dessus, la température moyenne à Tours en Novembre 2019 est de 8,2°C.
 2. On rappelle que l'étendue est la différence entre la valeur maximale de la série et la valeur minimale. Ici, c'est donc la différence entre les deux températures extrêmes, soit $22,6 - 4,4 = 18,2$.
 3. N2 : " $=MOYENNE(B2:M2)$ ". On rappelle que cette syntaxe permet d'écrire une liste entre B2 et M2, précédée de l'opération que l'on veut effectuer dessus. Ici, c'est la moyenne.
 4. On calcule cette moyenne à l'aide de la formule usuelle :

$$M = \frac{4,4 + 7,8 + 9,6 + 11,2 + 13,4 + 19,4 + 22,6 + 20,5 + 17,9 + 14,4 + 8,2 + 7,8}{12} = \frac{157,2}{12} = 13,1 \text{ °C}$$
 5. Dans cette période, on passe de 11,9°C à 13,1°C. Le taux d'évolution est donc de $\frac{13,1}{11,9} \approx 1,10$.
- Or un taux d'évolution de 1,10 correspond à une hausse de 10% : $1,10 = 1 + 0,1 = 1 + \frac{10}{100}$

Nouvelle-Calédonie - Décembre 2020, Exercice 3 – Arithmétique

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.
Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.
3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm.

Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées.

Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ? Justifier.
5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté.
Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

1. Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est multiple de 3 (*c.à.d. dans la table de 3*). Or dans $102 : 1 + 0 + 2 = 3$ qui est évidemment dans la table de 3. Donc 3 divise 102.

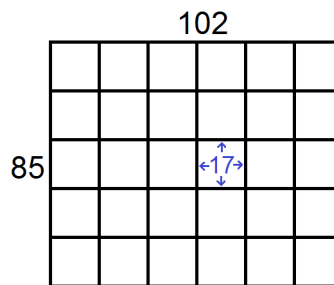
2. $\begin{array}{r|l} 102 & 2 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$ L'algorithme de décomposition en facteurs premiers est le suivant :
On obtient alors la décomposition suivante : $102 = 2 \times 3 \times 17$
A partir de cette décomposition, on peut former des diviseurs de 102 :

3. Trois diviseurs non-premiers de 102 peuvent être 6 (2×3), 34 (2×17) et 51 (3×17).

Pour que les étiquettes puissent avoir les dimensions demandées, il faut que ces dimensions soient diviseurs communs à 85 et 102. Ainsi :

4. Les étiquettes ne peuvent pas être de 34 cm de côté car 34 divise 102 mais pas 85.

5. Les étiquettes peuvent être de 17cm de côté car 17 divise 102 et 85. Dans ce cas, il y aura $85 \div 17 = 5$ étiquettes dans la largeur, et $102 \div 17 = 6$ étiquettes dans la longueur. Ce qui nous donne une feuille de 5 étiquettes sur 6, soit $5 \times 6 = 30$ étiquettes en tout.



Métropole - Juin 2021, Exercice 2 – Arithmétique, Thalès

Le Futuroscope est un parc de loisirs situé dans la Vienne. L'année 2019 a enregistré 1,9 million de visiteurs.

- Combien aurait-il fallu de visiteurs en plus en 2019 pour atteindre 2 millions de visiteurs?
- L'affirmation « Il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 » est-elle vraie? Justifier la réponse.
- Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième. Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes. Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.
 - Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90
 - Trouver tous les entiers qui divisent à la fois les nombres 126 et 90.
 - En déduire le plus grand nombre de groupes que le professeur pourra constituer.

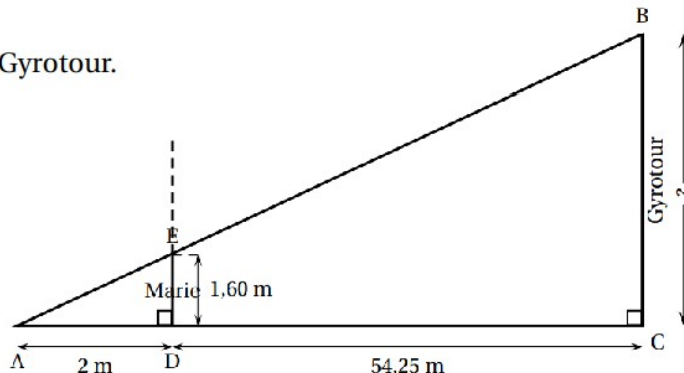
Combien de filles et de garçons y aura-t-il alors dans chaque groupe?

- Deux élèves de 3^e, Marie et Adrien, se souviennent avoir vu en mathématiques que les hauteurs inaccessibles pouvaient être déterminées avec l'ombre.

Ils souhaitent calculer la hauteur de la Gyrotour du Futuroscope.

Marie se place comme indiquée sur la figure ci-dessous, de telle sorte que son ombre coïncide avec celle de la tour. Après avoir effectué plusieurs mesures, Adrien effectue le schéma ci-dessous (le schéma n'est pas à l'échelle), sur lequel les points A, E et B ainsi que les points A, D et C sont alignés.

Calculer la hauteur BC de la Gyrotour.



1. Comme il y a eu 1,9 million de visiteurs, il manquait $2 - 1,9 = 0,1$ million = 100 000 visiteurs.
2. L'année 2019 est impaire donc elle ne peut pas être bissextile. Il y a donc 365 jours. De ce fait : $1\,900\,000 \div 365 \approx 5205,5$ donc on peut considérer que cette affirmation est vraie.

3.a.

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

On a donc les décompositions :
 $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$ et $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

A partir de cette décomposition on peut alors former tous les diviseurs communs à 126 et 90.

3.b. Déjà, on observe que 2 et 3 sont diviseurs communs aux deux car présents dans la décomposition, et 1 également car il divise tout le monde. De plus, de la décomposition on peut obtenir 6 (2×3), 9 (3×3) et 18 ($2 \times 3 \times 3$). La liste des diviseurs communs aux deux est alors :

{ 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18 }

3.c. De la liste précédente, on déduit que le plus grand diviseur commun aux deux est **18**. De ce fait, il peut former au maximum 18 groupes. Comme $126 \div 18 = 7$ et $90 \div 18 = 5$, on peut en déduire qu'il y aura 7 garçons et 5 filles par groupe.

4. Au vu de la figure, il faut clairement utiliser le théorème de Thalès. Nous avons donc les éléments suivants :

- Les droites (EC) et (BC) sont parallèles, étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC)
- Les points A, E, B et A, D, C sont alignés. On peut donc utiliser le théorème de Thalès.
- On a $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$ soit $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{56,25} = \frac{1,6}{BC}$ (**bien penser à additionner $54,25 + 2 = 56,25$**)
- Finalement $BC = \frac{56,25 \times 1,6}{2} = \frac{90}{2} = 45$. La hauteur de la Gyrotour est donc de 45m.

Nouvelle-Calédonie - Décembre 2020, exercice 6 – Programme de calcul, expr. littérale

On donne les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 5 à ce nombre • Multiplier le résultat par le nombre de départ	• Choisir un nombre • Mettre ce nombre au carré • Soustraire 4 au résultat

1. Alice choisit le nombre 4 et applique le programme A.
Montrer qu'elle obtiendra -4.
2. Lucie choisit le nombre -3 et applique le programme B.
Quel résultat va-t-elle obtenir?

Tom souhaite trouver un nombre pour lequel des deux programmes de calculs donneront le même résultat. Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

3. Montrer que le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 - 5x$.
4. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme B.
5. Quel est le nombre que Tom cherche?

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise, en compte dans la notation.

1. $4 \rightarrow 4 - 5 = -1 \rightarrow -1 \times 4 = -4$ Alice trouve bien -4 avec 4 au départ.

2. $3 \rightarrow (-3)^2 = 9 \rightarrow 9 - 4 = 5$ Lucie trouve 5 avec -3 au départ.

3. Pour obtenir cette expression littérale, il suffit de reprendre le déroulement du programme A en prenant x comme nombre de départ. On obtient :

$$x \rightarrow x - 5 \rightarrow x(x - 5) = x \times x - x \times 5 = x^2 - 5x$$

4. On effectue le même procédé mais cette fois-ci avec le programme B. On obtient :

$$x \rightarrow x^2 \rightarrow x^2 - 4$$

5. Si Tom cherche le nombre de départ qui permet d'obtenir le même résultat pour les programmes A et B, alors il cherche la valeur de x telle que $x^2 - 5x$ et $x^2 - 4$ donnent le même résultat. Il cherche donc la solution de $x^2 - 5x = x^2 - 4$. Résolvons cette équation :

$$x^2 - 5x = x^2 - 4 \Leftrightarrow -5x = -4 \Leftrightarrow 5x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} = 0,8$$

Tom pourrait même vérifier que 0,8 est bien le nombre qu'il cherche en refaisant les deux programmes avec 0,8 comme nombre de départ

Antilles, Guyane – Septembre 2020, exercice 4, retravaillé – Statistiques, tableur

Partie A :

Voici la série des temps exprimés en secondes, et réalisés par des nageuses lors de la finale du 100 mètres féminin nage libre lors des championnats d'Europe de natation de 2018 :

53,23	54,04	53,61	54,52	53,35	52,93	54,56	54,07
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

1. La nageuse française, Charlotte BONNET, est arrivée troisième à cette finale. Quel est le temps, exprimé en secondes, de cette nageuse?
2. Quelle est la vitesse moyenne, exprimée en m/s, de la nageuse ayant parcouru les 100 mètres en 52,93 secondes? Arrondir au dixième près.
3. Comparer moyenne et médiane des temps de cette série.

1. En classant les temps dans l'ordre croissant, on obtient la liste suivante :

$$52,93 - 53,23 - 53,35 - 53,61 - 54,04 - 54,07 - 54,52 - 54,56$$

Charlotte BONNET arrive en troisième position, fait donc le troisième meilleur temps, donc 53,35s.

2. Si l'on note v la vitesse, d la distance, t le temps, alors on rappelle la relation $v = \frac{d}{t}$. Ainsi ici,

$v = \frac{100}{52,93} = 1,889... \approx 1,9 \text{ m/s}$. L'unité est bien la bonne, la distance étant exprimée en mètres, le temps en secondes.

3. Comme la liste ci-dessus est déjà rangée dans l'ordre croissant et qu'elle contient huit valeurs, on peut affirmer que la médiane correspondra à la moitié de la somme entre la quatrième et la

cinquième valeur. Elle correspond donc à $Me = \frac{53,61 + 54,04}{2} = 53,825$. Quant à la moyenne :

$$M = \frac{52,93 + 53,23 + 53,35 + 53,61 + 54,04 + 54,07 + 54,52 + 54,56}{8} \approx 53,789$$

On peut donc conclure que la moyenne et la médiane sont sensiblement égales, autour des 53,8s.

Partie B :

Sur une feuille de calcul, on a reporté le classement des dix premiers pays selon le nombre de médailles d'or lors de ces championnats d'Europe de natation, toutes disciplines confondues :

	A	B	C	D	E
1	Rang	Nation	Or	Argent	Bronze
2	1	Russie	23	15	9
3	2	Grande-Bretagne	13	12	9
4	3	Italie	8	12	19
5	4	Hongrie	6	4	2
6	5	Ukraine	5	6	2
7	6	Pays-Bas	5	5	2
8	7	France	4	2	6
9	8	Suède	4	0	0
10	9	Allemagne	3	6	10
11	10	Suisse	1	0	1

1. Sur une feuille de calcul d'un tableur, reproduire ce tableau des cellules A1 à E11.
2. Quelle même formule peut-on rentrer et étirer de la cellule F2 à F11 afin de déterminer le nombre total de médailles obtenues par chaque pays ?
3. a. Dans la cellule C12, utiliser une formule du tableur pour déterminer le nombre moyen de médailles d'or gagnées pour l'ensemble de ces pays.
b. Faire de même en D12 et E12 pour les médailles d'argent et de bronze respectivement.
4. Quelles sont alors les deux formules possibles que l'on peut rentrer en F12 pour obtenir le nombre moyen de médailles, toute distinction confondue, remportées par l'ensemble des pays ?
5. Pour finir, on veut remplir les cellules G2 à G12 avec le pourcentage de médailles obtenues par chacun des pays. Entrez dans ces cellules une formule permettant d'obtenir ceci.
Indice : on pourra penser à stocker le nombre total de médailles obtenues dans une cellule et se servir de cette cellule dans la formule du calcul de pourcentage...

1. A faire sur une feuille de calcul, de tableur.

2. Dans ces cellules, on veut la somme des trois types de médailles. Ainsi on peut écrire dans F2 la formule "`=SOMME(C2:E2)`" ou "`=C2+D2+E2`". En l'étirant elle s'adaptera à la ligne dans laquelle elle opère. (ex : "`=SOMME(C11:E11)`" ou "`=C11+D11+E11`" dans la dernière ligne).

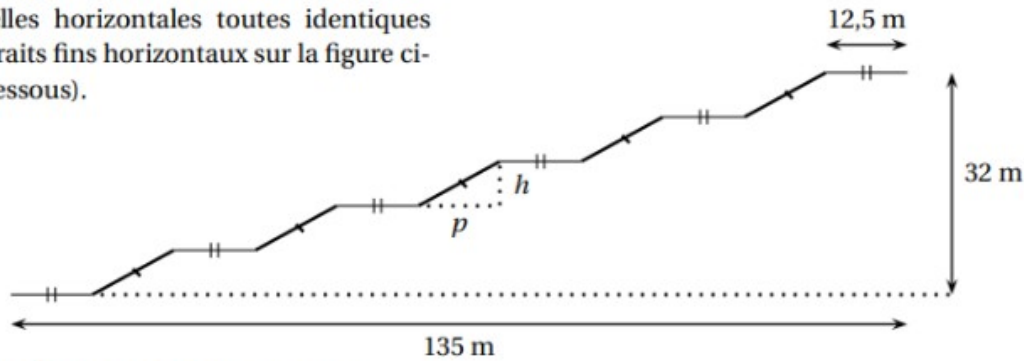
3.a. De la même façon, on va prendre l'intégralité de la colonne de C2 à C11 (pour les médailles de bronze) et on fait la moyenne dessus. On écrit donc "`=MOYENNE(C2:C11)`". On peut adapter aux colonnes D et E pour les médailles d'argent et d'or.

4. Il y a deux possibilités : soit on fait la moyenne des totaux obtenus (à la question 2.), soit on fait la somme des moyennes par catégories (obtenues à la question 3.). Donc ou alors on utilise "`=MOYENNE(F2:F11)`" ou alors "`=SOMME(C12:E12)`"

5. En effectuant la somme de tous les termes de C2 à E11, on obtient 194. Le pourcentage peut donc s'obtenir en divisant le total obtenu à la question par 194, puis en multipliant par 100. On obtient par exemple la formule en G2 suivante : "`=F2/194*100`".

Le centre Pompidou est un musée d'art contemporain à Paris. Pour accéder aux étages, il faut utiliser un ensemble d'escalators extérieurs appelé « chenille ».

La chenille est composée de 5 escalators tous identiques (traits épais sur la figure ci-dessous) et de 6 passerelles horizontales toutes identiques (traits fins horizontaux sur la figure ci-dessous).

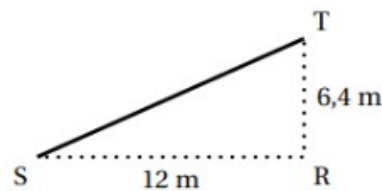


1. À l'aide de la figure ci-dessus :

- Vérifier que la profondeur p de chaque escalator est égale à 12 m
- Calculer la hauteur h de chaque escalator

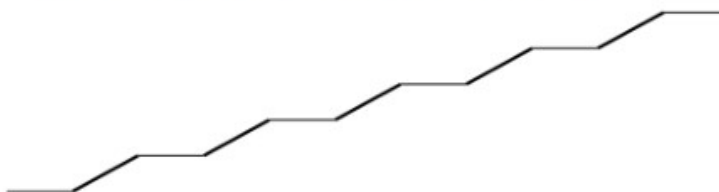
2. À l'aide du triangle RST ci-contre :

- Prouver que la longueur ST d'un escalator est de 13,6 m.
- Montrer que la mesure de l'angle formé par l'escalator avec l'horizontale (c'est-à-dire l'angle $\widehat{RST}$ arrondi au degré est de 28° .



3. Sabine veut représenter la chenille grâce au logiciel Scratch.

Elle a écrit le programme qui est donné sur l'ANNEXE. On précise que : 1 pas du logiciel correspond à 1 m dans la réalité. Compléter les lignes 6, 7, 9, et 10, sur l'ANNEXE afin d'obtenir le tracé ci-dessous de la chenille :



ANNEXE à rendre avec la copie :

1.a. La longueur de l'escalier du centre Pompidou est de 135m. On sait qu'il est composé de 6 passerelles de 12,5m. Elles occupent donc $6 \times 12,5 = 75\text{m}$ sur cette longueur. Ainsi, les 5 escaliers occupent une longueur de $135 - 75 = 60\text{m}$. Etant donné qu'il y a 5 escaliers, la profondeur de chaque escalier est de $60 \div 5 = 12\text{m}$.

1.b. Avec raisonnement similaire, on peut diviser 32m de haut de cette chenille par les 5 escaliers présents, et donc chaque escalier est haut de $32 \div 5 = 6,4\text{m}$.

2.a. Avant tout, une remarque : l'énoncé ne montre pas que les triangles sont rectangles, mais ils le sont. En effet, on rappelle qu'une hauteur d'un triangle est une droite issue d'un sommet et perpendiculaire au côté opposé. Ainsi (TR) est la hauteur issue de T et est donc bien parallèle à (SR). Ceci étant, comme le triangle STR est rectangle, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$$ST^2 = SR^2 + RT^2 = 12^2 + 6,4^2 = 144 + 40,96 = 184,96. \quad \text{De ce fait, } ST = \sqrt{184,96} = 13,6 \text{ m}.$$

2.b. Le triangle STR est rectangle donc nous pouvons utiliser la trigonométrie. Connaissant toutes les mesures du triangle, nous pouvons utiliser chacun des outils trigonométriques (cos, sin ou tan). Utilisons donc ici le cosinus. Les autres variantes marcheraient aussi avec les mesures adaptées.

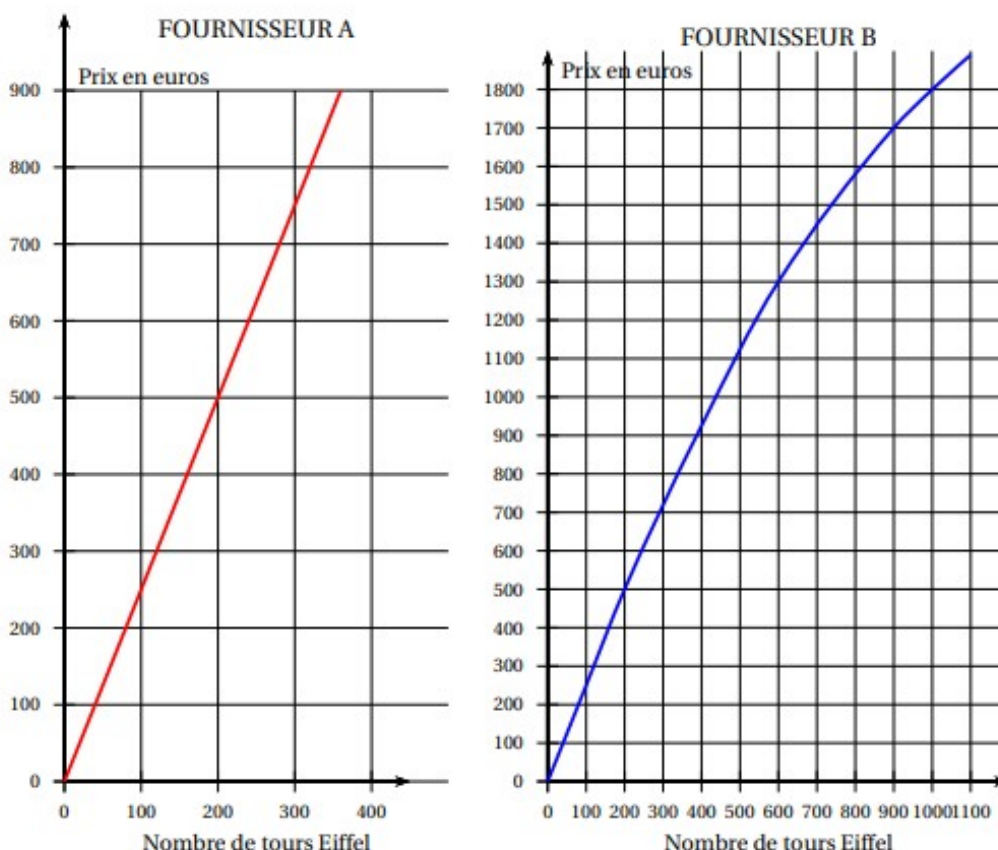
$$\text{On a } \cos(\widehat{RST}) = \frac{SR}{ST} = \frac{12}{13,6} \approx 0,88235... \quad \text{Ainsi } \widehat{RST} = \cos^{-1}(0,88235) = 28,072... \approx 28^\circ$$

3. Cet extrait de Scratch va, comme indiqué dans l'énoncé, dessiner la chenille. Elle va donc représenter les 5 escaliers et les passerelles qui les précèdent. La dernière passerelle sera créée par la ligne 11. Ainsi pour chacune des 5 répétitions de la boucle, on devra avancer de 12,5m, soulever le stylo de 28° comme indiqué dans l'énoncé, tracer l'escalier long de 13,6m (voir question 2.a.), puis replacer le stylo pour l'itération suivante en le rabaisant de 28°. On a donc cette complétion :



Polynésie – Juin 2021, exercice 5 – Lecture graphique, fonctions, calcul littéral

Nora veut ouvrir un magasin de souvenirs à Paris et proposer à la vente des tours Eiffel miniatures. Elle contacte deux fournisseurs qui lui envoient chacun sous forme de graphiques le prix à leur payer en fonction du nombre de tours Eiffel achetées.



1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification,
 - a. Déterminer le prix à payer pour acheter 200 tours Eiffel chez le fournisseur A.
 - b. Nora a dépensé 1 300 euros chez le fournisseur B. Combien de tours Eiffel lui a-t-elle achetées?
2. Ces fournisseurs proposent-ils des prix proportionnels au nombre de tours Eiffel achetées?
3. a. Pour le fournisseur A, on admet que le prix des tours Eiffel est donné par la fonction linéaire f représentée ci-dessus. On a en particulier $f(100) = 250$.
Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x .
 - b. Calculer $f(1000)$.
 - c. Nora veut acheter 1 000 tours Eiffel. Quel est le fournisseur le moins cher dans ce cas-là?
4. Nora contacte un troisième fournisseur, le fournisseur C, qui lui demande un paiement initial de 150 euros pour avoir accès à ses articles, en plus d'un prix unitaire de 2 euros par tour Eiffel.
 - a. Remplir le tableau des tarifs sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.
 - b. Avec 580 euros, combien de tours Eiffel peut acheter Nora chez le fournisseur C?
 - c. Résoudre l'équation suivante : $2,5x = 150 + 2x$.
Expliquer à quoi correspond la solution trouvée.

ANNEXE :

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1000	x
Prix payé en euros avec le fournisseur C	152	350			

1.a. Par lecture graphique, chez le fournisseur A, on paye 500€ pour 200 tours Eiffel. (*image*)

1.b. Par lecture graphique, chez le fournisseur B, elle reçoit 600 tours Eiffel à 1300€. (*antécédent*)

2. Comme il y a deux fournisseurs, il faut donner deux réponses. On rappelle qu'une courbe décrit une situation de proportionnalité si c'est une **droite passant par l'origine du repère**. Ainsi, le fournisseur A propose des prix proportionnels au nombre de tour Eiffel achetées, mais pas le fournisseur B. En effet, la courbe décrivant les prix de ce dernier **n'est pas une droite**.

3.a. On sait que la fonction est linéaire, donc son expression est de la forme $f(x) = ax$. Or, on sait aussi que $f(100) = 250$, donc on peut affirmer que $f(100) = a \times 100 = 250$. On en déduit que $a = 2,5$ et donc que $f(x) = 2,5x$.

3.b. On a donc simplement $f(1000) = 2,5 \times 1000 = 2500$.

3.c. Premièrement, en lisant sur le graphique du fournisseur B, on peut voir qu'elle peut obtenir 1000 tours Eiffel pour 1800€. Chez le fournisseur A, on ne peut pas lire ceci car le graphique n'est pas assez étendu (il s'arrête à 400). Mais, en utilisant la question précédente, on trouve que les mille tour Eiffel coûteraient 2500€ chez le fournisseur A. Elle doit donc acheter chez le fournisseur B.

4.a. En lisant bien l'énoncé, on trouve :

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1000	x
Prix payé en euros avec le fournisseur C	152	350	550	2150	$150 + 2x$

4.b. Il s'agit de résoudre l'équation $580 = 150 + 2x$. On trouve $430 = 2x$ et donc $x = 430 \div 2 = 215$. Elle peut donc acheter 215 tours Eiffel chez le fournisseur C avec 580€.

4.c. Dans $2,5x = 150 + 2x$, on a deux éléments connus. Si x est le nombre de tours Eiffel, alors :

- Le membre de gauche correspond à l'expression du prix chez le fournisseur A (voir 3.a.).
- Le membre de droite correspond à l'expression du prix chez le fournisseur B (voir 4.a.).

Résoudre cette équation revient alors à trouver **le nombre de tours Eiffel pour lequel le prix est le même chez les fournisseurs A et B**. On a :

$$2,5x = 150 + 2x \quad \Leftrightarrow \quad 0,5x = 150 \quad \Leftrightarrow \quad x = 150 \div 0,5 \quad \Leftrightarrow \quad x = 300$$

Donc pour 300 tours Eiffels, le prix est le même chez les deux fournisseurs A et B.

Centres Etrangers – Juin 2021, exercice 5 – Scratch, calcul littéral

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A	Programme B
Programme C - Choisir un nombre - Multiplier par 7 - Ajouter 3 - Soustraire le nombre de départ	

1.
 - a. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le programme A affiche pendant 2 secondes « On obtient 3 ».
 - b. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes « On obtient -15 ».
2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C?
3. Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison?
4.
 - a. Résoudre l'équation $(x + 3)(x - 5) = 0$.
 - b. Pour quelles valeurs de départ le programme B affiche-t-il « On obtient 0 »?
5. Pour quelle(s) valeur(s) de départ le programme C affiche-t-il le même résultat que le programme A?

1.a. Il suffit de suivre les étapes : $1 \rightarrow 1+1 = 2 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \rightarrow 6 - 3 = 3$. On trouve bien 3.

1.b. Idem. Attention, les deux premières étapes sont indépendantes : $\begin{cases} 2 \rightarrow 2 + 3 = 5 \\ 2 \rightarrow 2 - 5 = -3 \end{cases}$
Et on finit avec $-3 \times 5 = -15$. On trouve bien -15.

2. Si x est le nombre de départ, l'expression est : $x \rightarrow 7x \rightarrow 7x + 3 \rightarrow 7x + 3 - x = 6x + 3$

3. Si l'un des programmes donne le triple du nombre de départ, il faut qu'à partir de n'importe quel nombre de départ x , son résultat soit son triple $3x$.

- On peut déjà éliminer le programme B, car à partir de 2 il donne -15 (et non son triple, 6).
- On peut aussi éliminer le programme C, car son expression est $6x - 3$ (et non $3x$).

Vérifions alors si le programme A donne bien le triple du nombre de départ avec le calcul littéral :

$$x \rightarrow 1 + x \rightarrow 3(1 + x) = 3x + 3 \rightarrow 3x + 3 - 3 = 3x.$$

Ainsi A donne $3x$ si son nombre de départ est x , c'est le triple du nombre de départ, l'élève a raison.

4.a. C'est une équation produit nul : $(x + 3)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0$ ou $x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 5$.

4.b. En regardant bien l'expression précédente, on observe qu'il s'agit de l'expression associée au programme B. Or, selon la question précédente aussi, cette expression vaut 0 si x vaut -3 ou 5, donc le programme B donne 0 si le nombre de départ est -3 ou 5.

5. Il faut résoudre $3x = 6x + 3$. En effet $6x - 3$ est celle associée au programme C (voir 2.) et $3x$ est l'expression associée au programme A (voir 3.). Résoudre cette équation permet alors de trouver le nombre qui donne le même résultat. On a : $3x = 6x + 3 \Leftrightarrow -3x = 3 \Leftrightarrow x = 3 \div (-3) = -1$. C'est -1.

Métropole – Septembre 2021, exercice 3 – Tableur, calcul littéral

On considère le programme de calcul ci-contre.

On a utilisé la feuille de calcul ci-dessous pour appliquer ce programme de calcul au nombre 5; le résultat obtenu est 24.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 2 à ce nombre.
- Prendre le carré du résultat précédent.
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent.

	A	B
1	Programme	Résultat
2	Choisir un nombre	5
3	Ajouter 2 à ce nombre	7
4	Prendre le carré du résultat précédent	49
5	Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent	24

1. Pour les questions suivantes, faire apparaître les calculs sur la copie.
 - a. Si on choisit 2 comme nombre de départ, vérifier qu'on obtient 12 comme résultat.
 - b. Si on choisit -8 comme nombre de départ, quel résultat obtient-on?
2. Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B5.

=B4 – B2 * B2	=B2 + 2	= B3 * B3
---------------	---------	-----------

3.
 - a. Si l'on choisit x comme nombre de départ, exprimer en fonction de x , le résultat final de ce programme de calcul.
 - b. Montrer que $(x+2)^2 - x^2 = 4x + 4$.
4. Si on choisit un nombre entier au départ, est-il exact que le résultat du programme est toujours un multiple de 4? Justifier.

1.a. $2 \rightarrow 2+2 = 4 \rightarrow 4^2 = 16 \rightarrow 16 - 2^2 = 16 - 4 = 12$. On obtient bien 12 avec 2.

1.b. $-8 \rightarrow -8+2 = -6 \rightarrow (-6)^2 = 36 \rightarrow 36 - (-8)^2 = 36 - 64 = -28$. On obtient -28 avec -8.

2. La cellule B5 donne le résultat final donc elle correspond à l'étape "Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent". Le résultat précédent est stocké dans B4 et le carré du nombre de départ s'écrit B2 * B2. Donc c'est "=B4 – B2 * B2".

*(Remarque : On peut aussi éliminer les deux autres car elles ne correspondent pas du tout aux valeurs indiquées dans l'exemple du sujet... "=B2 + 2" donne comme résultat 7 au lieu de 24 et "=B3*B3" donne comme résultat 49 au lieu de 24)*

3.a. Il suffit d'appliquer les étapes avec x comme nombre de départ pour obtenir l'expression.

$$x \rightarrow x+2 \rightarrow (x+2)^2 \rightarrow (x+2)^2 - x^2$$

3.b. En développant et réduisant : $(x+2)^2 - x^2 = x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2 - x^2 = x^2 + 4x + 4 - x^2 = 4x + 4$

4. Cette question est complexe si on veut la traiter correctement. En plusieurs points :

- Si x est le nombre de départ, alors le résultat sera $4x + 4$ selon la question précédente.
- Si x est entier, alors $4x$ sera entier et $4x + 4$ sera entier aussi (*nulle part dans votre cours, il faut raisonner par soi-même ici et observer que c'est vrai !*)
- $4x + 4$ peut se factoriser en $4(x+1)$

Conclusion : Si x est entier, alors le résultat sera un entier s'écrivant sur la forme $4(x+1)$. Or quelque chose qui s'écrit $4(x+1)$ se traduit comme étant "4 fois quelque chose d'entier", et ceci est une traduction d'être multiple de 4. Il est donc exact de dire que si on choisit un nombre entier au départ, alors le résultat du programme sera toujours un multiple de 4.

Centres Etrangers – Juin 2021, exercice 2 - Probabilités

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Donner sans justification les issues possibles.
2. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « On obtient 2 » ?
3. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « On obtient un nombre impair » ?

1. Les issues possibles sont $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

2. L'évènement A est réalisé uniquement par l'issue $\{2\}$ donc $P(A) = \frac{1}{6}$.

3. L'évènement B est réalisé par les évènements $\{1 ; 3 ; 5\}$ donc $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement C : « le score est 13 » ? Comment appelle-t-on un tel évènement ?
2. Dans le tableau à double entrée donné en ANNEXE, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.
 - a. Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.
 - b. Donner la liste des scores possibles.
3.
 - a. Déterminer la probabilité de l'évènement D : « le score est 10 ».
 - b. Déterminer la probabilité de l'évènement E : « le score est un multiple de 4 ».
 - c. Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

1. 13 ne peut pas être réalisé, donc sa probabilité vaut 0, c'est un évènement impossible.

2.a. Voir le tableau ci-dessous, dont les couleurs justifient les réponses suivantes.

2.b. Il suffit de regarder chaque nombre apparaissant au moins une fois dans le tableau. La liste des scores est donc :

$\{2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12\}$.

On notera aussi qu'il y a 36 résultats distincts possibles.

3.a. Il y a **trois** 10, donc $P(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

3.b. Il y en a **neuf**, donc $P(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

3.c. En comptant **les nombres premiers, il y en a 15**. Si l'on compte **les nombres strictement supérieurs à 7, il y en a 15** aussi. Donc le score a autant de chance d'être un nombre premier que d'être un entier strictement supérieur à 7, et la probabilité correspondant est de $\frac{15}{36}$.

Dé vert \ Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4		6				
5						
6						

Dé vert \ Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Polynésie – Juin 2021, exercice 2 - Probabilités

Un professeur propose un jeu à ses élèves.

Ils doivent tirer un jeton dans une boîte de leur choix et gagnent lorsqu'ils tombent sur un jeton noir.

Le professeur leur précise que :

- La boîte A contient 10 jetons dont 1 jeton noir;
- La boîte B contient 15 % de jetons noirs;
- La boîte C contient exactement 350 jetons blancs et 50 jetons noirs.

Les jetons sont indiscernables au toucher. Une fois que l'élève a choisi sa boîte, le tirage se fait au hasard.

1. Montrer que, dans la boîte C, la probabilité de tirer un jeton noir est $\frac{1}{8}$.
2. C'est le tour de Maxime. Dans quelle boîte a-t-il intérêt à tenter sa chance? Justifier la réponse.
3. La boîte B contient 18 jetons noirs. Combien y a-t-il de jetons au total dans cette boîte?
4. On ajoute 10 jetons noirs dans la boîte C. Déterminer le nombre de jetons blancs à ajouter dans la boîte C pour que la probabilité de tirer un jeton noir reste égale à $\frac{1}{8}$.

Remarque : Dans ce sujet, on notera respectivement N_A , N_B et N_C les événements "obtenir un jeton noir dans la boîte A", "... noir dans la boîte B" et "... noir dans la boîte C".

1. S'il y a 350 jetons blancs et 50 jetons noirs, il y a alors 400 jetons en tout. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est alors $P(N_C) = \frac{50}{400} = \frac{1}{8}$.

2. Il faut comparer les trois probabilités pour chacune des boîtes. Déjà, en lisant l'énoncé, on voit que $P(N_A) = \frac{1}{10} = 0,1$. Puis par définition des pourcentages, $P(N_B) = \frac{15}{100} = 0,15$. Comme

$P(N_C) = \frac{1}{8} = 0,125$, on a l'ordre $P(N_A) < P(N_C) < P(N_B)$, il doit donc tirer dans la B.

3. S'il y a 18 jetons noirs dans la boîte B, ceci signifie que ces 18 jetons représentent 15% du nombre de jetons dans la boîte. Par proportionnalité, on obtient que le nombre total de jetons dans la boîte est de $\frac{18 \times 100}{15} = 120$ (Faire un tableau et utiliser le produit en croix pour s'en convaincre).

4. En ajoutant 10 jetons noirs dans la boîte, on obtient 60 jetons noirs. Pour que la probabilité d'obtenir un jeton noir soit égale à un huitième, la boîte doit contenir 8 fois plus de jetons au total, que de jetons noirs. Il faut donc $8 \times 60 = 480$ jetons au total dans la boîte. Mais sur ces 480 jetons, 60 sont déjà noirs et 350 sont déjà blancs. Il faut donc rajouter $480 - 60 - 350 = 70$ jetons blancs.

Métropole – Juin 2021, exercice 4 – Aires, volumes

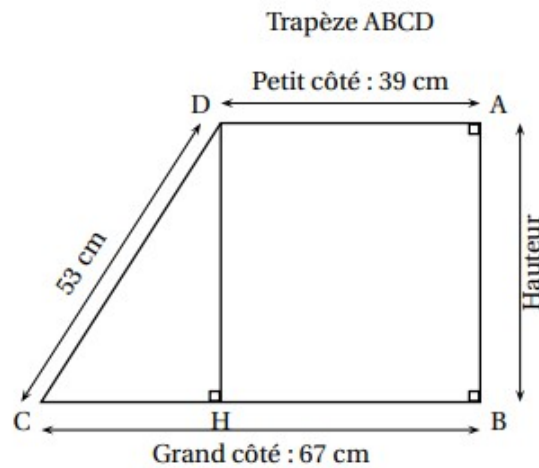
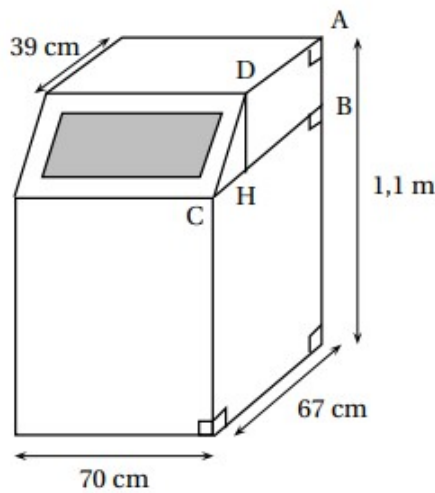
La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007.

Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

1. De combien de tonnes la production annuelle de déchets par Français en 2017 a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007?
2. Pour continuer à diminuer leur production de déchets de nombreuses familles utilisent désormais un composteur.

Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle). Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ $0,5 \text{ m}^3$,

On souhaite vérifier cette information.



- Dans le trapèze ABCD, calculer la longueur CH.
- Montrer que la longueur DH est égale à 45 cm.
- Vérifier que l'aire du trapèze ABCD est de 2385 cm^2 .
- Calculer le volume du composteur.

L'affirmation « il a une contenance d'environ $0,5 \text{ m}^3$ » est-elle vraie? Justifier.

Remarque : La dernière question possède plusieurs résolutions, voici à mon sens la plus directe. De plus, certaines formules utilisées ici étaient rappelées dans le sujet.

1. Calculons 6,5% de 5,2 : $\frac{5,2 \times 6,5}{100} = 0,338$, elle a baissé de 0,338 tonnes soit 338 kg.

2.a CH est l'excédant entre le grand côté [CB] et le petit côté [DA]. On a $CH = 67 - 39 = 28 \text{ cm}$.

2.b. Le triangle DHC est rectangle en H, donc on peut utiliser le théorème de Pythagore :
 $CD^2 = CH^2 + DH^2$ donc $DH^2 = CD^2 - CH^2 = 53^2 - 28^2 = 2809 - 784 = 2025$.
Ainsi, $DH = \sqrt{2025} = 45 \text{ cm}$

2.c. L'aire du trapèze est égale à $\frac{(C+c)}{2} \times h$ où c est le petit côté, C le grand côté, et h la hauteur.

Alors ici $A_{\text{trapèze}} = \frac{(67+39)}{2} \times 45 = 53 \times 45 = 2385 \text{ cm}^2$

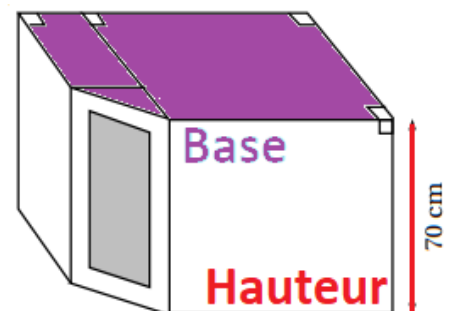
2.d. Traitons les informations en plusieurs points :

- Le composteur est un prisme droit, son volume obéit donc à la formule $V = A_{\text{base}} \times \text{hauteur}$. En "couchant" le composteur, on peut considérer que la base sera composée du trapèze précédemment étudié et du rectangle sur la même face. Ainsi, la hauteur sera de 70 cm une fois le composteur couché.

- Il faut donc déterminer l'aire de la base de ce composteur. On sait déjà que le trapèze à une aire de 2385 cm^2 selon la question précédente. L'autre partie de la base est un rectangle de largeur $110 - 45 = 65 \text{ cm}$ (on retire aux 1,1 m la hauteur AB qui vaut 45 cm comme DH) et de longueur 67 cm. Son aire vaut alors $A_{\text{rectangle}} = 67 \times 65 = 4355 \text{ cm}^2$. On obtient finalement en additionnant les deux parties que $A_{\text{base}} = A_{\text{trapèze}} + A_{\text{rectangle}} = 2385 + 4355 = 6740 \text{ cm}^2$

- Finalement, on a plus qu'à déterminer le volume à l'aide de la formule indiquée dans le premier point pour conclure : $V = A_{\text{base}} \times \text{hauteur} = 6740 \times 70 = 471800 \text{ cm}^3$.

Il ne nous reste plus qu'à convertir ceci : $471800 \text{ cm}^3 = 0,4718 \text{ m}^3 \approx 0,5 \text{ m}^3$ donc cette affirmation est vraie !



Métropole – Juin 2020, exercice 4 – Tableur, fonctions

Une association propose diverses activités pour occuper les enfants pendant les vacances scolaires. Plusieurs tarifs sont proposés :

- Tarif A : 8 € par demi-journée ;
- Tarif B : une adhésion de 30 € donnant droit à un tarif préférentiel de 5 € par demi-journée

Un fichier sur tableur a été préparé pour calculer le coût à payer en fonction du nombre de demi-journées d'activités pour chacun des tarifs proposés :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16			
3	Tarif B	35	40			

Les questions 1, 2, 4 et 5 ne nécessitent pas de justification.

1. Compléter ce tableau sur l'annexe 1.
2. Retrouver parmi les réponses suivantes la formule qui a été saisie dans la cellule B3 avant de l'étirer vers la droite :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E
= 8*B1	= 30 * B1 + 5	= 5 * B1 + 30 * B1	= 30 + 5 * B1	= 35

3. On considère les fonctions f et g qui donnent les tarifs à payer en fonction du nombre x de demi-journées d'activités :

- Tarif A : $f(x) = 8x$
- Tarif B : $g(x) = 30 + 5x$

Parmi ces fonctions, quelle est celle qui traduit une situation de proportionnalité ?

4. Sur le graphique de l'annexe 2, on a représenté la fonction g . Représenter sur ce même graphique la fonction f .
5. Déterminer le nombre de demi-journées d'activités pour lequel le tarif A est égal au tarif B.
6. Avec un budget de 100 €, déterminer le nombre maximal de demi-journées auxquelles on peut participer. Décrire la méthode choisie.

1. Le tableau en annexe était le même que celui présent dans l'énoncé. Voici le tableau complété, à l'aide des informations de l'énoncé :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16	24	32	40
3	Tarif B	35	40	45	50	55

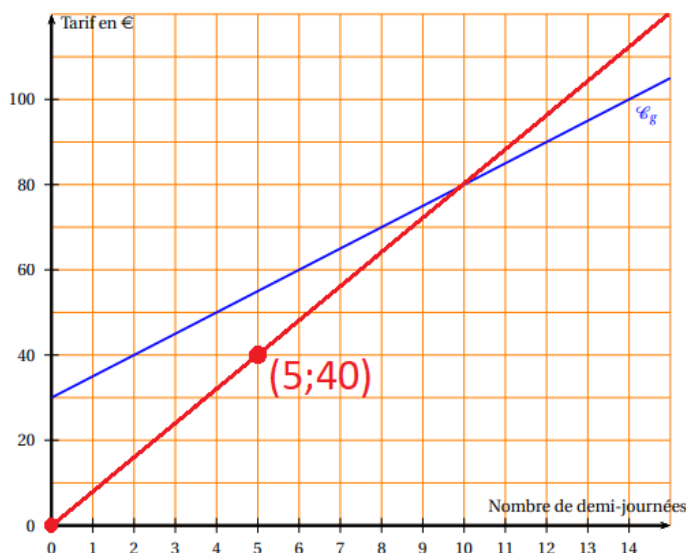
2. En B3, on rentre le calcul correspondant au tarif B, soit $30€ + 5€$ par demi-journée. Le nombre de demi journée se trouve en B1 et il faut le multiplier par 5. Il faut donc utiliser la quatrième formule, " $=30 + 5*B1$ ".

3. C'est une question de cours. La fonction f est linéaire alors que g est une fonction affine, donc c'est f qui traduit une situation de proportionnalité.

4. Le graphique en annexe est celui ci-après. On doit donc y tracer la fonction f , qui est une fonction linéaire. Etant linéaire, elle passe par l'origine du repère, et il ne nous faut qu'un deuxième point pour tracer la droite représentative de la fonction. On voit par exemple que $f(5) = 40$ (facile à placer), donc on peut placer les points (0 ; 0) et (5 ; 40) et tracer la courbe de f .

5. Comme l'énoncé indique que cette question ne nécessite pas de justification, une lecture graphique suffit. Il suffit alors de lire les coordonnées du point d'intersection des deux droites et d'interpréter. On voit que les droites se coupent en $(10 ; 80)$, signifiant que les tarifs sont les mêmes pour 10 demi-journées et coûtent chacun 80€.

6. Graphiquement, cette question revient à lire les antécédents de 100 pour chacune des fonctions, et à prendre le plus grand des deux. Précisément, on peut lire que l'antécédent de 100 par f est environ 12,5 et que celui de 100 par g est 14. Ceci signifie qu'avec le tarif A, on peut faire au maximum 12 demi-journées, alors qu'avec le tarif B on peut en faire 14. On va donc choisir le tarif B pour un maximum de 14 demi-journées

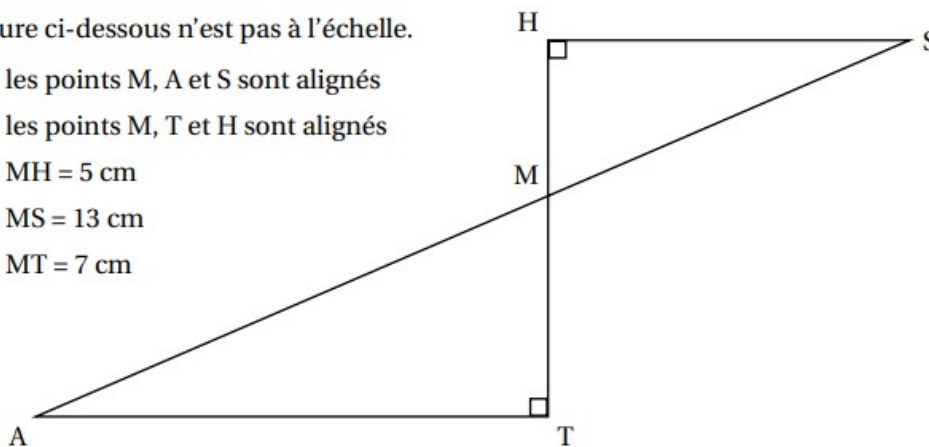


Remarque : Ces deux dernières questions peuvent aussi se traiter en faisant des résolutions d'équations bien choisies mais la liberté laissée par le sujet vous guide à raisonner graphiquement.

Amérique du Nord – Juin 2022, exercice 1 – Thalès, Pythagore, trigonométrie, transfo. Plan

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.

- les points M, A et S sont alignés
- les points M, T et H sont alignés
- $MH = 5$ cm
- $MS = 13$ cm
- $MT = 7$ cm



1. Démontrer que la longueur HS est égale à 12 cm.
2. Calculer la longueur AT.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HMS}$. On arrondira le résultat au degré près.
4. Parmi les transformations suivantes quelle est celle qui permet d'obtenir le triangle MAT à partir du triangle MHS?

Dans cette question, aucune justification n'est attendue.

Recopier la réponse sur la copie.

Une symétrie centrale	Une symétrie axiale	Une rota- tion	Une transla- tion	Une homothé- tie
--------------------------	------------------------	-------------------	----------------------	---------------------

5. Sachant que la longueur MT est 1,4 fois plus grande que la longueur HM, un élève affirme : « L'aire du triangle MAT est 1,4 fois plus grande que l'aire du triangle MHS. » Cette affirmation est-elle vraie? On rappelle que la réponse doit être justifiée.

1. Comme le triangle MHS est rectangle en H, on peut utiliser le théorème de Pythagore :
 $MS^2 = MH^2 + HS^2$ donc $HS^2 = MS^2 - MH^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$. Donc $HS = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$

2. Au vu de la figure, il faut clairement utiliser le théorème de Thalès. Nous avons donc les éléments suivants :

- Les droites (HS) et (AT) sont parallèles, étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (HT).

- Les points M, T, H et M, A, S sont alignés. On peut donc utiliser le théorème de Thalès.

- On a $\frac{HS}{AT} = \frac{MS}{AM} = \frac{HM}{MT}$ soit $\frac{12}{AT} = \frac{13}{AM} = \frac{5}{7}$.

- Finalement $AT = \frac{12 \times 7}{5} = 16,8$. La longueur AM fait 16,8 cm.

3. Le triangle HMS est rectangle donc nous pouvons utiliser la trigonométrie. Connaissant toutes les mesures du triangle, nous pouvons utiliser chacun des outils trigonométriques (cos, sin ou tan). Utilisons donc ici le cosinus. Les autres variantes marcheraient aussi avec les mesures adaptées.

On a $\cos(\widehat{HMS}) = \frac{HM}{MS} = \frac{5}{13} \approx 0,3846 \dots$. Ainsi $\widehat{HMS} = \cos^{-1}(0,3846) = 67,3811 \dots \approx 67^\circ$.

4. Si l'on connaît très bien ses transformations du plan, la réponse est immédiate. Toutes les transformations du plan vues au collège (dont vous avez ici la liste) conservent les mesures, sauf une : l'homothétie. C'est la seule à dilater une figure pour l'agrandir ou la réduire. Comme le triangle MHS est plus petit que le triangle MAT, il n'y a qu'une homothétie qui peut les relier.

5. C'est une question de cours : "Si deux figures sont reliées par une homothétie de rapport k , alors l'aire de l'une est k^2 fois plus grande que l'autre". Ici le rapport de l'homothétie est de 1,4 donc le rapport entre les deux aires est de $1,4^2 = 1,96$. L'affirmation est donc fausse. Si on ne connaît pas la propriété du cours, on calcule les deux aires et on observe le rapport entre les deux. Sans rentrer dans les détails on trouve 58,8 pour MAT et 30 pour MHS et on a bien $58,8 \div 30 = 1,96$.

Amérique du Sud – Novembre 2021, exercice 1 – Vrai ou Faux

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : 72 est un multiple commun des nombres 12 et 18.

Affirmation 2 : pour tout nombre n , on a l'égalité suivante : $(n-5)^2 = n^2 - 5^2$.

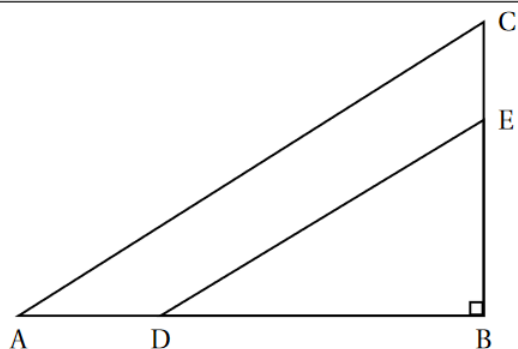
On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + 5$.

Affirmation 3 : l'antécédent de 6 par la fonction f est égal à $\frac{1}{2}$.

Voici les températures relevées en degré Celsius (noté $^\circ\text{C}$) pendant six jours dans une même ville : 5°C , 7°C , 11°C , 8°C , 5°C et 6°C .

Affirmation 4 : la moyenne de ces six températures est égale à $6,5^\circ\text{C}$.

Les points B, D et A sont alignés.
 Les points B, E et C sont alignés.
 Le triangle ABC est rectangle en B.
 $BA = 12 \text{ cm}$; $BC = 9 \text{ cm}$;
 $BD = 8 \text{ cm}$ et $BE = 6 \text{ cm}$.
 La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.



Affirmation 5 : la longueur AC est égale à 15 cm.

Affirmation 6 : les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

1. **VRAI** : $72 = 6 \times 12$ et $72 = 4 \times 18$.

2. **FAUX** : $(n - 5)^2 = (n - 5)(n - 5) = n^2 - 10n + 25$ et non pas $n^2 - 5^2$ qui vaut $n^2 - 25$.

3. **VRAI** : $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} + 5 = 1 + 5 = 6$.

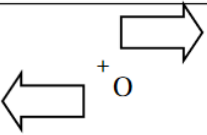
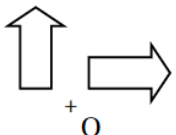
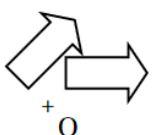
4. **FAUX** : $\frac{5+7+11+8+5+6}{6} = 7 \neq 6,5$.

5. **VRAI** : En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC : $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc $AC^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$. Ainsi $AC = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$.

6. **VRAI**. Vérifions les égalités de rapports des deux triangles : $\frac{AB}{DB} = \frac{12}{8} = 1,5$, $\frac{CB}{EB} = \frac{9}{6} = 1,5$.

Comme les points B, D, A et B, E, C sont alignés, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

Métropole, Réunion – Septembre 2021, exercice 1 – QCM

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	$\frac{4}{7} + \frac{5}{21} = \dots$	$\frac{9}{21}$	$\frac{9}{28}$	$\frac{17}{21}$
2.	Une urne contient 3 boules jaunes, 2 boules bleues et 4 boules vertes, indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte?	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$
3.	Sur quelle figure a-t-on représenté une flèche et son image par une rotation de centre O et d'angle 90° ?			
4.	La décomposition en produit de facteurs premiers de 117 est :	$3 \times 3 \times 13$	9×13	$3 \times 7 \times 7$
5.	$\frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = \dots$	$(-2)^{-3}$	$(-2)^3$	2^{-3}

1. **Réponse C** : $\frac{4}{7} + \frac{5}{21} = \frac{12}{21} + \frac{5}{21} = \frac{17}{21}$.

2. **Réponse B** : Vu qu'il y a $4 + 3 + 2 = 9$ boules au total dont 4 vertes.

3. **Réponse B** : La réponse A est d'angle 180° et la réponse C d'angle 45° .

4. **Réponse A** : La réponse C vaut 147, et dans la réponse B 9 n'est pas un facteur premier.

5. **Réponse A** : $\frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{(-2)^3} = (-2)^{-3}$ selon la formule du cours.

Pour chacun des six énoncés suivants, écrire sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Il ya une seule réponse correcte par énoncé.

On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C									
1	Le nombre 126 a pour diviseur	252	20	6									
2	On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 2.$	L'image de 2 par f est -2	$f(-2) = 0$	$f(0) = -2$									
3	Dans la cellule A2 du tableur ci-dessous, on a saisi la formule $= -5 * A1 * A1 + 2 * A1 - 14$ puis on l'a étirée vers la droite. Quel nombre obtient-on dans la cellule B2? <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>1</td><td>-4</td><td>-3</td></tr><tr><td>2</td><td>-102</td><td></td></tr></table>		A	B	1	-4	-3	2	-102		-65	205	25
	A	B											
1	-4	-3											
2	-102												
4	Les solutions de l'équation $x^2 = 16$ sont ...	-8 et 8	-4 et 4	-32 et 32									
5	2×2^{400} est égal à ...	2^{401}	4^{400}	2^{800}									
6	La largeur et la hauteur d'une télévision suivent le ratio 16 : 9. Sachant que la hauteur de cette télévision est de 54 cm, combien mesure sa largeur?	94 cm	96 cm	30,375 cm									

1. Réponse C : $\frac{126}{252} = 0,5$, $\frac{126}{20} = 6,3$ mais $\frac{126}{6} = 21$ qui est le seul résultat entier.

2. Réponse C : $f(0) = 0^2 - 2 = 0 - 2 = -2$. On peut aussi voir que l'image de 2 est $2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ et non -2 (réponse A) et $f(-2)$ vaut $(-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ aussi et non 0 (réponse B).

3. Réponse A : On effectue le calcul : $-5 \times (-3) \times (-3) + 2 \times (-3) - 14 = -45 + (-6) - 14 = -65$.

4. Réponse B : $4^2 = 16$ et $(-4)^2 = 16$ aussi. La réponse A donne 64 et la réponse C donne 1024.

5. Réponse A : $2 \times 2^{400} = 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$ (400 fois) = 2^{401}

6. Réponse B : Par proportionnalité : $\frac{16 \times 54}{9} = 96$ (faire un produit en croix pour le voir)

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur la copie, si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$

Affirmation n° 1 : « L'image par f du nombre -1 est 2 ».

2. On considère l'expression $E = (x - 5)(x + 1)$.

Affirmation n° 2 : « L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x - 5$ ».

3. n est un nombre entier positif.

Affirmation n° 3 : « lorsque n est égal à 5 , le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier ».

4. On a lancé 15 fois un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

Numéro de la face apparente	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'apparition	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	...

Affirmation n° 4 : « la fréquence d'apparition du 6 est 0 ».

5. On considère un triangle RAS rectangle en S.

Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle $\widehat{ARS}$ mesure 26° .

Affirmation n° 5 : le segment [RS] mesure environ 164 cm.

6. Un rectangle ABCD a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.

Affirmation n° 6 : les diagonales de ce rectangle mesurent exactement 186 cm.

1. **FAUX :** $f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -6 - 7 = -13$ et non pas 2.

2. **VRAI :** Par double distributivité : $(x - 5)(x + 1) = x^2 - 5x + x - 5 = x^2 - 4x - 5$

3. **FAUX :** $2^5 + 1 = 32 + 1 = 33 = 3 \times 11$. 33 n'est pas premier.

4. **VRAI :** $\frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \frac{5}{15} + \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{15}{15} = 1$. Or la somme des fréquences doit faire et fait déjà 1 donc le 6 ne peut pas apparaître. Sa fréquence vaut bien 0.

5. **VRAI :** Par trigonométrie : [RS] est l'autre angle adjacent à l'angle droit. Pour l'angle $\widehat{ARS}$, on peut alors affirmer que [RS] est l'adjacent, et [AS] est l'opposé. Il faut donc utiliser la tangente. On a

$$\tan(\widehat{ARS}) = \frac{AS}{RS} \Leftrightarrow RS = \frac{AS}{\tan(\widehat{ARS})} \Leftrightarrow RS = \frac{80}{\tan(26)} = 164,024... \approx 164 \text{ cm}$$

6. **VRAI :** Admettons que AB soit une longueur et BC une largeur. ABC est donc un triangle rectangle (faire un dessin si besoin pour s'en convaincre). En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc $AC^2 = 160^2 + 95^2 = 25600 + 9025 = 34625$. Ainsi $AC = \sqrt{34625} \approx 186 \text{ cm}$.

PARTIE A :

Une urne contient 7 jetons verts, 4 jetons rouges, 3 jetons bleus et 2 jetons jaunes. Les jetons sont indiscernables au toucher.

On pioche un jeton au hasard dans cette urne.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. À quel événement correspond une probabilité de $\frac{7}{16}$?	Obtenir un jeton de couleur rouge ou jaune.	Obtenir un jeton qui n'est pas vert.	Obtenir un jeton vert.
2. Quelle est la probabilité de ne pas tirer un jeton bleu ?	$\frac{13}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{4}$

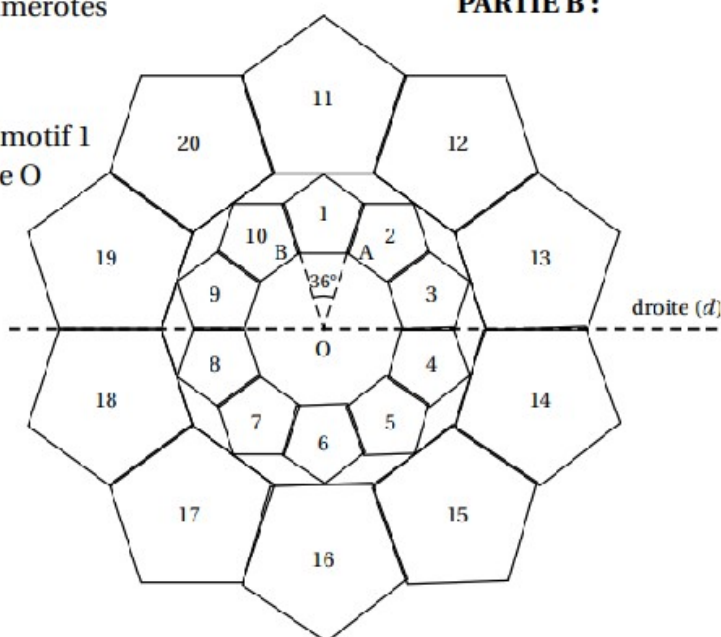
1. Réponse C : Il y a $7 + 4 + 3 + 2 = 16$ jetons en tout dont 7 verts.

2. Réponse A : Il y a 3 jetons bleus donc 13 qui ne sont pas bleus.

On considère la figure suivante, composée de vingt motifs numérotés de 1 à 20, dans laquelle :

- $\widehat{AOB} = 36^\circ$
- le motif 11 est l'image du motif 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2.

PARTIE B :



Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
3. Quelle est l'image du motif 20 par la symétrie d'axe la droite (d) ?	Le motif 17	Le motif 15	Le motif 12
4. Par quelle rotation le motif 3 est-il l'image du motif 1 ?	Une rotation de centre O, et d'angle 36° .	Une rotation de centre O, et d'angle 72°	Une rotation de centre O, et d'angle 90°
5. L'aire du motif 11 est-elle égale :	au double de l'aire du motif 1 ?	à 4 fois l'aire du motif 1 ?	à la moitié de l'aire du motif 1 ?

3. Réponse A : On peut s'imaginer plier la figure le long de (d) et voir que 20 atterrit sur 17...

4. Réponse B : Il y a deux rotations de 36° entre le motif 1 et 2 puis entre le motif 2 et 3.

5. Réponse B : Le rapport de l'homothétie vaut 2, donc l'aire est dilatée de $2^2 = 4$.