

CHAPITRE 18 – PROPORTIONNALITÉ

1) Proportionnalité

1) Notion de proportionnalité

Définition : Deux grandeurs sont *proportionnelles* lorsqu'on obtient la valeur de l'une d'entre elles en multipliant (ou divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé *coefficient de proportionnalité*.

Exemple : Dans un magasin, les oranges sont proposées à 1,40 € le kg.

- ▶ Le prix à payer (en €) s'obtient en multipliant la quantité achetée (en kg) par le nombre 1,40 donc le prix à payer et la masse sont **proportionnelles**.
- ▶ Le nombre 1,40 est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Remarque : Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles.

Par exemple la **taille** d'une personne et son **âge** ne sont pas proportionnels.



2) Tableaux de proportionnalité

On représente très souvent une situation de proportionnalité dans un tableau de proportionnalité. Il contient toujours deux lignes, et autant de colonnes que d'informations à notre disposition. On pensera bien sûr à indiquer les noms des grandeurs dans la première colonne, et leurs unités.

Exemple : Pour représenter l'exemple précédent avec les oranges, on peut dresser ce tableau :

Masse d'oranges (en kg)	1	2	3	4	5
Prix (en €)	1,40	2,80	4,20	5,60	7,00

× 1,40

Si l'on ne connaît pas certaines valeurs du tableau de proportionnalité, on peut se servir du coefficient pour les obtenir. Dans l'exemple précédent, s'il nous manque une valeur dans la ligne du bas, il suffit de multiplier la valeur du haut par 1,40. Mais d'autres méthodes sont possibles :

Exemple : Si l'on veut déterminer le prix du 6, 8 ou 1,6kg d'oranges :

- ▶ 6 kg d'oranges coutent $3 \times 2,80 \text{ €} = 8,40 \text{ €}$
- ▶ 8 kg d'oranges coutent $2,80 \text{ €} + 8,40 \text{ €} = 11,20 \text{ €}$
- ▶ 1,6 kg d'oranges coutent $11,20 \text{ €} \div 5 = 2,24 \text{ €}$

Masse d'oranges (en kg)	2	6	8	1,6
Prix (en €)	2,80	8,40	11,20	2,24

On peut résumer ceci dans un tableau.

Vidéos : Appliquer une situation de proportionnalité (1)

<https://www.youtube.com/watch?v=Qy2ppBOEax4&list=PLVUDmbpupCarXe2ocwCSTcMBg2qrV8w20&index=3>

Appliquer une situation de proportionnalité (2)

<https://www.youtube.com/watch?v=H2WLKZ3VNq&list=PLVUDmbpupCarXe2ocwCSTcMBg2qrV8w20&index=4>

Appliquer une situation de proportionnalité (3)

<https://www.youtube.com/watch?v=FhqOfIHs-8&list=PLVUDmbpupCarXe2ocwCSTcMBg2qrV8w20&index=5>

3) Vérifier qu'une situation est une situation de proportionnalité.

Méthode : Pour déterminer si un tableau est un tableau de proportionnalité ou non, on divise dans chaque colonne la seconde ligne par la première. Deux cas sont possibles :

- Soit chaque division donne le même résultat. Alors la situation est proportionnelle et le résultat obtenu est le coefficient de proportionnalité de la situation.
- Soit il y a une différence dans les résultats des divisions. Alors la situation n'est pas proportionnelle.

Exemple : Voici les tailles et âges de six personnes d'une famille.

Age (en années)	25	28	50	57	70	72
Taille (en cm)	165	170	172	177	170	168

Si l'on effectue des divisions, on peut s'apercevoir que $165 \div 25 = 6,6$ et que $170 \div 25 = 6,8$... Les deux valeurs obtenues ne sont pas les mêmes, donc ceci n'est pas une situation de proportionnalité.

Remarque : Dans des exercices de ce style, on n'a pas à effectuer toutes les divisions pour montrer qu'une situation n'est pas une situation de proportionnalité : on peut s'arrêter à la première différence vue ! Cependant, si l'on veut montrer qu'un tableau traduit une situation de proportionnalité, il faut bien faire toutes les divisions pour vérifier qu'il n'y a aucune différence !

Vidéos : Reconnaître la proportionnalité (1)

https://www.youtube.com/watch?v=QgjbX_kciA&list=PLVUDmbpupCarXe2ocwCSTcMBg2qrV8w20&index=1

Reconnaître la proportionnalité (2)

<https://www.youtube.com/watch?v=dz5hBWSaWPc&list=PLVUDmbpupCarXe2ocwCSTcMBg2qrV8w20&index=2>

II) Pourcentages

1) Lien avec la proportionnalité

Utiliser des pourcentages traduit une situation de proportionnalité. On peut traduire ces pourcentages pour créer un tableau de proportionnalité et compléter les informations manquantes.

Exemple : Une orange est composée à 85% d'eau. Ceci signifie que si mon orange pèse 100g, il y a 85g de sucre. Je veux connaître la masse de sucre dans 250g d'oranges. Je peux créer le tableau suivant et utiliser les méthodes vues précédemment, car la masse de sucre est proportionnelle à la masse d'orange.

Masse d'oranges (en g)	100	250
Masse d'eau (en g)	85	212,5

Diagramme illustrant la proportionnalité :
- Une flèche circulaire au-dessus du tableau relie 100 à 250 avec l'opération $\times 2,5$.
- Une flèche circulaire en dessous du tableau relie 85 à 212,5 avec l'opération $\times 2,5$.
- Une flèche horizontale à droite relie 85 à 212,5 avec l'opération $\times 0,85$.

A partir du pourcentage et des deux informations que ceci permet d'obtenir dans la première colonne, on peut alors déduire le coefficient de proportionnalité du tableau et le remplir entièrement.

2) Calcul avec les pourcentages

Il est important de savoir déterminer quelle portion d'une grandeur représente un pourcentage. Ainsi, si l'on vous demande combien font 34% de 168, il faut savoir déterminer la valeur qui correspond à ces 34%. Pour ce faire, on a la propriété suivante :

Propriété : Pour déterminer $p\%$ d'une valeur, on multiplie cette valeur par $\frac{p}{100}$.

Exemple : Si l'on veut déterminer 34% de 168, on calcule $168 \times \frac{34}{100} = 168 \times 34 \div 100 = 57,12$.

Cependant il existe une façon plus simple de calculer certains pourcentages précis, permettant ainsi d'avoir le résultat plus rapidement. On a la liste suivante :

Propriété : Pour déterminer ...

- 50% d'une valeur, on divise cette valeur par 2.
- 10% d'une valeur, on divise cette valeur par 10.
- 25% d'une valeur, on divise cette valeur par 4.
- 1% d'une valeur, on divise cette valeur par 100.

Exemple : Prenons par exemple 244€. De la propriété précédente on peut déduire que :

- 50% de 244€ vaut $244 \div 2 = 122\text{€}$.
- 25% de 244€ vaut $244 \div 4 = 61\text{€}$.
- 10% de 244€ vaut $244 \div 10 = 24,4\text{€}$, soit 24€ et 40 centimes.
- 1% de 244€ vaut $244 \div 100 = 2,44$, soit 2€ et 44 centimes.

Vidéos :

Calculer avec des pourcentages

<https://www.youtube.com/watch?v=ixjag8jXLXk&list=PLVUDmbpupCqI5Lwzi6zDflJ7lRV7mFtA&index=1>

Appliquer un pourcentage

<https://www.youtube.com/watch?v=Ce6E56gsbY0&list=PLVUDmbpupCqI5Lwzi6zDflJ7lRV7mFtA&index=2>

Calculer le pourcentage d'un nombre (réduction)

<https://www.youtube.com/watch?v=ZoBNgFIj0Rw&list=PLVUDmbpupCqI5Lwzi6zDflJ7lRV7mFtA&index=3>

EXERCICES – CHAPITRE 18

1) Proportionnalité

1) Notion de proportionnalité, p.55

1 Dans les situations énoncées ci-dessous, les deux grandeurs sont-elles proportionnelles ?



a. La consommation de carburant d'une moto en fonction du nombre de kilomètres parcourus, sachant qu'elle roule à vitesse constante.

.....
.....

b. L'âge du père en fonction de l'âge du fils.

.....
.....

c. Le poids de Théo en fonction de son âge.

.....
.....

d. Le prix des pommes en fonction de leur masse, sachant que le kilogramme coûte 1,50 €.

.....
.....

e. La quantité d'eau coulant d'un robinet en fonction du temps, sachant que l'eau s'écoule à vitesse constante.

.....
.....

f. Le prix d'un trajet de bus en fonction du nombre de passagers, sachant que le ticket coûte 1,20 €.

.....
.....

2) Tableaux de proportionnalité, p.56

5 Complète les tableaux de proportionnalité.

a.

5	8	9	
$\times 7$			70

b.

4	7		12
$\times 1,5$		15	

c.

	6	8	10,5
$\times$			
18		32	

d.

4	5,5		7,2
$\times$			
2,4		3,9	

1 Ludo boit 2 L d'eau par jour.
Combien boit-il d'eau en 4 jours ?

3 Trois beignets pèsent 315 g.
Combien pèsent neuf beignets ?

8 Une photo a une taille de 10 cm $\times$ 15 cm. On procède à des tirages de cette photo en réduction et en agrandissement.



a. Complète le tableau.

Tirage	T ₀	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅
Largeur en cm	10	6		30		24
Longueur en cm	15		30		13,5	

b. Quels tirages correspondent à une réduction ?
À un agrandissement ?

c. Le photographe propose des photos d'identité au format 3,5 $\times$ 5. Ce format respecte-t-il les proportions de départ ? Justifie.

2 Le film *Le Hobbit* a été tourné à 48 images par seconde.

a. Combien d'images compte 1 minute de film ?

b. Même question pour 1 heure.

c. Le film dure 2 h 49 min.
De combien d'images est-il constitué ?

4 Alain récolte 74 tonnes de blé sur 10 hectares.
Combien de tonnes récolte-t-il sur 5 hectares ?

6 Avec 2,5 L de peinture, Luc peint 30 m².

a. Quelle surface peint Luc avec 8 L de peinture ?

b. Quelle quantité de peinture faut-il à Luc pour peindre 84 m² ?

7 Le prix de 5 kg de girolles est de 32 €.

a. Combien coutent 3 kg de girolles ?

b. Quelle quantité de girolles peut-on acheter avec 40 € ?

3) Vérifier qu'une situation est proportionnelle, p.55

2 Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

a.	3	5	8
	12	20	32

a.

.....

.....

b.

.....

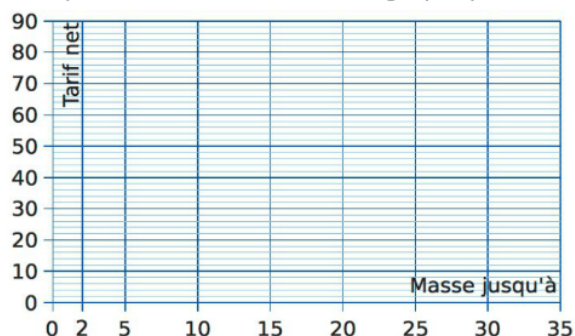
.....

a. Le tarif d'affranchissement est-il proportionnel à la masse d'un colis ? Justifie.

.....

.....

b. Le graphique ci-dessous représente le tarif en fonction de la masse d'un colis. Place les points correspondant au tableau sur ce graphique.



3 Sur le graphique, on a représenté la distance parcourue par un cycliste en fonction de la durée de son trajet.



a. Complète le tableau à l'aide du graphique.

Durée en min	10	20		35			60
Distance en km			12		20	22	

b. Ce tableau représente-t-il une situation de proportionnalité ? Justifie puis conclus.

.....

.....

.....

4 Alban veut envoyer un colis par Chronopost. Sur internet, il trouve cette grille de tarif (tarifs d'affranchissement au 1^{er} janvier 2021).

Colis Chronopost	
Masse jusqu'à	Tarif net
2 kg	35 €
5 kg	40 €
10 kg	49 €
15 kg	58 €
20 kg	67 €
25 kg	76 €
30 kg	85 €

II) Pourcentages, p58

1 Calcule en détaillant les étapes.

a. 29 % de 93 =

e. 12 % de 500 =

b. 35 % de 400 =

f. 7 % de 2 000 =

c. 3 % de 5 000 =

g. 20 % de 720 =

d. 87 % de 625 =

h. 151 % de 80 =

3 Anaïs a mangé une tablette entière de chocolat de 200 g. Sur l'emballage, elle lit 55 % de sucre. Quelle masse de sucre a-t-elle avalée ?

.....

.....

.....

6 Une poubelle contenant des ordures ménagères d'un foyer avant tri est composée de :

- 29 % de matières biodégradables ;
- 25 % de journaux, papiers, cartons ;
- 13 % de verre ;
- 11 % de plastique ;
- 4 % de métaux ;
- 18 % autres (textile, déchets dangereux...).



Sachant que le poids des déchets ménagers par an et par habitant est estimé à 360 kg, calcule la part de chaque composant par an et par habitant.

matières biodégradables

journaux, papiers, cartons

verre

plastique

métaux

autres

2 Calcule 12 % de chaque nombre.

a. 40 →

b. 60 →

c. 200 →

d. 150 →

e. 12 →

f. 2,5 →

4 Au collège Sissatroy, 65 % des 840 élèves sont demi-pensionnaires (DP).

a. Quel est le pourcentage d'élèves externes ?

.....

.....

b. Calcule le nombre d'élèves DP et externes.

.....

.....

.....

.....

7 Dans un magasin de multimédia, les articles sont soldés à 15 %. Complète le tableau.



Ancien prix	189 €	39 €	549 €	79 €
Réduction				
Nouveau prix				